

УДК 514.18

ВСТАНОВЛЕННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКІВ МІЖ ПРОСТИМИ ВІДНОШЕННЯМИ ТРЬОХ ТОЧОК ПРЯМОЇ ТА БН- КООРДИНАТАМИ ГЕОМЕТРИЧНИХ ФІГУР

Адоньєв Є.О., к.т.н. *

Запорізький національний університет,

Верещага В.М., д.т.н.,

Лисенко К.Ю.

Мелітопольська школа прикладної геометрії,

Мелітопольський державний педагогічний університет

імені Богдана Хмельницького (Україна)

Доведено, що просте відношення трьох точок прямої являє собою БН-координату поточної точки відносно вершин базисної геометричної фігури. Показано, що значення БН-координати не змінюється в результаті проектування. Доведено, що частки будь-якої геометричної фігури, які у сумі складають ціле, завжди можна подати у вигляді простого відношення трьох точок прямої.

Ключові слова: точкове числення Балюби-Найдиша (БН-числення), просте відношення трьох точок прямої, БН-координати.

Постановка проблеми. В процесі моделювання багатофакторних систем засобами точкового числення Балюби-Найдиша, виникає необхідність встановлення взаємозв'язків між простим відношенням трьох точок прямої та БН-координатами поточної точки відносно базисних точок геометричної фігури. Окрім того, необхідно довести, що БН-координати не змінюють своє значення у результаті проектування. Означені питання і складають проблему, яку розв'язано у цій статті.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У роботах [2-7], що використовують метод точкового БН-числення та БН-координати, застосовується проектування БН-координат, однак, при цьому, в жодній з них не йдеться про доведення незмінності їх за результатами проектування.

Формулювання цілей статті. Показати, що просте відношення трьох точок прямої являє собою БН-координату і, що значення БН-координати у просторі та на проекції є однаковими.

Основна частина. В основу точкового методу покладено

* Науковий консультант – д.т.н., професор Найдиш А.В.

операції над точками, що виконуються через операції над їхніми БН-координатами, які визначено відносно базисних вершин локальних симплексів і здійснюються на основі простого відношення трьох точок прямої. У зв'язку з цим, як було доведено у [1], розв'язок, у точкових формах n -простору, без перешкод розкладається на n осей. При цьому, для точкових форм значення параметрів у просторі, оскільки вони є простими відношеннями трьох точок прямої, не змінюються і для координатного подання розв'язку. Особливістю точкового БН-числення є те, що сума БН-координат завжди повинна дорівнювати одиниці.

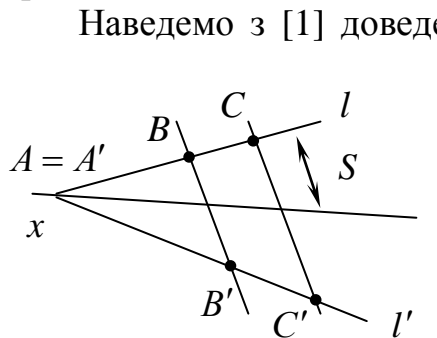


Рис. 1. Схема спорідненої відповідності двох прямих

Наведемо з [1] доведення, що просте відношення трьох точок прямої у просторі: (ABC) дорівнює простому відношенню трьох точок на проекції цієї прямої: $A'B'C'$ (рис.1). Оскільки споріднена відповідність прямих l та l' встановлюється у напрямку S , то прямі $BB' \parallel CC' \parallel S$. Виходячи з цього, $\Delta ABB'$ та $\Delta ACC'$ є подібними. Звідкіля здобудемо рівність відношень:

$$\frac{(AB)}{(BC)} = \frac{(A'C')}{(B'C')}.$$

Якщо врахувати, що кожне з цих відношень відтинку є простим відношенням трьох точок прямої, то маємо:

$$(ABC) = \frac{(AC)}{(BC)}; (A'B'C') = \frac{(A'C')}{(B'C')}, \text{ звідкіля } (ABC) = (A'B'C'),$$

тобто значення відношень двох відтинків у просторі дорівнює значенню відношення проекцій цих відтинків.

Розглянемо відношення відтинків на прямій (рис.2).



Рис.2. Відношення відтинків на прямій

Якщо $\frac{(MB)}{(AB)} = \bar{t}$; $\frac{(AM)}{(AB)} = t$, то точкове рівняння поточної точки M

у БН-координатах матиме вигляд: $M = A \cdot \bar{t} + B \cdot t$, де $\bar{t} + t = 1$.

Нехай (рис. 3) поточна точка M поділяє базисний ΔABC на трикутники ΔMBC ; ΔAMC ; ΔABM , тоді параметри поточної точки M матимуть значення:

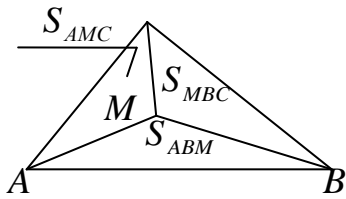


Рис. 3. Схема для визначення поточної точки M через відношення площ.

$$p = \frac{S_{MBC}}{S_{ABC}}; \quad q = \frac{S_{AMC}}{S_{ABC}}; \quad r = \frac{S_{ABM}}{S_{ABC}}.$$

Тоді точкове рівняння поточної точки M відносно вершин A, B, C матиме вигляд: $M=A \cdot p+B \cdot q+C \cdot r$, де $p+q+r=1$.

Оскільки, $S_{MBC} + S_{AMC} + S_{ABM} = S_{ABC}$, то $p+q+r=1$, отже p, q, r являють собою БН-координати. Тоді означення для площини, яку визначає базисний $\triangle ABC$, можна записати наступним чином:

Визначення. Параметри p, q, r для $\triangle ABC$ є відношенням відповідної частки площі $\triangle ABC$ до площі усього $\triangle ABC$,

являють собою БН-координати поточної точки M відносно базисних точок A, B, C , сума яких дорівнює одиниці; отже, параметри p, q, r є простими відношеннями трьох точок прямих і тому їх значення не змінюються у результаті проектування на осі координат.

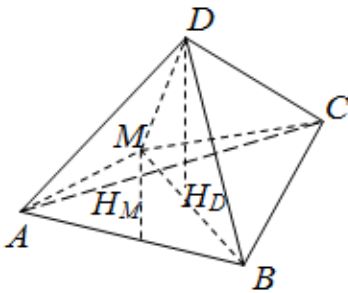


Рис. 4. Схема визначення поточної точки M через відношення об'ємів

Розглянемо тривимірний простір E^3 , базисом для якого буде піраміда $npABCD$ на чотири піраміди $npMBCD$; $npAMCD$; $npABMD$; $npABCM$, що мають відповідно об'єми V_{MBCD} ; V_{AMCD} ; V_{ABMD} ; V_{ABCM} . Тоді параметри поточної точки M можна визначити як відношення об'ємів:

$$p = \frac{V_{MBCD}}{V_{ABCD}}; \quad q = \frac{V_{AMCD}}{V_{ABCD}}; \quad r = \frac{V_{ABMD}}{V_{ABCD}}; \\ s = \frac{V_{ABCM}}{V_{ABCD}}.$$

Оскільки $V_{MBCD} + V_{AMCD} + V_{ABMD} + V_{ABCM} = V_{ABCD}$, то $p+q+r+s=1$.

Тоді точкове рівняння поточної точки M відносно вершин A, B, C, D матиме вигляд: $M=A \cdot p+B \cdot q+C \cdot r+D \cdot s$, де $p+q+r+s=1$.

Виходячи із усього сказаного, надамо наступні твердження щодо взаємозв'язків між БН-координатами і простими відношеннями трьох точок прямої.

Твердження. Сума БН-координат параметричної моделі, будь-якої геометричної фігури, завжди має дорівнювати одиниці, і, тільки у цьому випадку, кожна з БН-координат геометричної фігури буде являти собою просте відношення трьох точок прямої, які будуть

лишатися незмінними, у разі розкладання точкової форми, за n осями глобальної системи координат n -простору.

Висновки. Доведено, що просте відношення трьох точок прямої є БН-координатою i , що її значення не змінюється за результатом проектування. Доведено, що відношення суми усіх часток цілої геометричної фігури до самої геометричної фігури дорівнює одиниці. Одержані результати надають наукове обґрунтування способів перетворень, що раніше застосовувались у дослідженнях, які використовували методи точкового БН-числення.

Література

1. Четверухин Н.Ф. Проективная геометрия. Учебник [изд. 7-е] / Н.Ф. Четверухин. – М.: Изд-во учпедгиз, 1961. – 360 с.
2. Адоньєв Є.О. Визначення та аналіз параболічної поверхні Балюби (БПП) / Є.О. Адоньєв, В.О. Верещага // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. – Випуск 1 (108). – Дніпро, 2017. – С. 3-11.
3. Верещага В.М. Композиційний метод утворення Б-поверхонь / В.М. Верещага, Є.О. Адоньєв // Науковий журнал «Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво». – Луцьк.: Луцький національний технічний університет. – 2017. – №26. – С.36-41.
4. Адоньєв Є.О. Алгоритм формування моделей багатofакторних процесів композиційного методу / Є.О. Адоньєв, В.М. Верещага, А.В. Найдиш // Збірник доповідей VI-ї Всеукраїнської науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Прикладна геометрія, дизайн, об'єкти інтелектуальної власності та інноваційна діяльність студентів та молодих вчених». – К.: НТУУ «КПІ», 2017. – Випуск 6. – С. 12 – 18.
5. Адоньєв Є.О. Композиційний метод геометричного моделювання: суть, особливості та перспективи застосування / Є.О. Адоньєв // Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць / МДПУ ім. Б. Хмельницького. – Мелітополь, 2017. – Вип. 8. – С. 3-14.
6. Адоньєв Є.О. Особливості б-ліній, б-поверхонь, визначення, переваги та можливості застосування у композиційному методі геометричного моделювання / Є.О. Адоньєв, В.М. Верещага // Вісник Херсонського національного технічного університету. – Херсон: ХНТУ, 2017. – Вип. 3(62). Т.2. – С. 249-255.

7. Adoniev Y. Technology of The Use of Geometric Matrixes for the Development of B-Surface Equations / Y. Adoniev, V. Vereshchaga // Intellectual Archive: Shiny Word Corp. Concord, Ontario, Canada (September/October of 2017). – Volume 6. – Number 6. – p. 19-25.

УСТАНОВЛЕНИЕ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ МЕЖДУ ПРОСТЫМИ ОТНОШЕНИЯМИ ТРЕХ ТОЧЕК ПРЯМОЙ И БН-КООРДИНАТАМИ ДЛЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР

Адоньев Е.А., Верещага В.М., Лысенко К.Ю.

Доказано, что простое отношение трех точек прямой является собой БН-координату текущей точки относительно вершин базисной геометрической фигуры. Показано, что значение БН-координаты не изменяется в результате проектирования. Доказано, что части любой геометрической фигуры, которые в сумме составляют целое, всегда можно подать в виде простого отношения трех точек прямой.

Ключевые слова: точечное исчисление Балюбы-Найдыша (БН-исчисление), простое отношение трех точек прямой, БН-координаты.

SETTING THE RELATIONSHIP BETWEEN THE SIMPLE RATIOS OF THREE POINTS OF THE STRAIGHT LINE AND BN-COORDINATES FOR GEOMETRIC FIGURES

Adoniev Y., Vereschaga V., Lysenko K.

It is proved that the simple ratio of three points of a straight line is the BN-coordinate of the current point relative to the vertices of the basic geometric figure. It is shown that the BN coordinate value does not change as a result of design. It is proved that parts of any geometrical figure, which in sum make up an integer, can always be submitted in the form of a simple ratio of three points of a straight line.

Keywords: Balyuba-Naidysh point calculation (BN-calculus), simple ratio of three points of a straight line, BN coordinates.