

РІВНЯННЯ РЕГРЕСІЇ ДЛЯ ЗМІНИ ВСЕСВІТНЬОГО ВАЛОВОГО ПРОДУКТУ ТА ГРАМОТНОСТІ НАСЕЛЕННЯ ЗЕМЛІ

*Очкаленко Р.Л., Єремєєв В.С.
Мелітопольський державний педагогічний університет
імені Богдана Хмельницького, м. Мелітополь*

Постановка проблеми. Розвиток людської цивілізації багато в чому визначається демографічними процесами, тому вивчення демографічних показників на Землі відіграє велике значення для прогнозування динаміки чисельності населення, а також економічних і соціальних явищ в суспільстві. До найбільш важливих демографічних параметрів відноситься чисельність населення, його грамотність, науково-технічний прогрес і всесвітній валовий продукт виробництва (ВВП) [1], [2]. Справжня робота присвячена отриманню рівняння регресії для тимчасової залежності ВВП і грамотності населення Землі.

Аналіз останніх досягнень. Науково-технічний прогрес визначає рівень технології, яка є двигуном економічного розвитку. На думку багатьох авторів робіт, найбільш загальним показником, що відповідає поняттю «рівень технології», є продуктивність праці, яка в кінцевому рахунку відповідає зростанню ВВП. Першою і найбільш глибокою роботою в цій області була робота С. П. Капіці [2], який вважає, що гіперболічний закон зміни чисельності населення добре узгоджується з зростанням ВВП до 1990-2000 р.р. Однак різке зниження швидкості зростання населення в кінці 20 століття не може бути пояснене підвищенням ВВП. Тут вступають у силу інші демографічні показники [3].

Аналіз статистичних даних показує, що зростання рівня освіти населення призводить до зниження народжуваності. Вплив освіти та охорони здоров'я на народжуваність особливо велика для країн третього світу. Освіта, з одного боку, дозволяє населенню ознайомитися із засобами регуляції народжуваності, а з іншого - змінює ціннісні орієнтації людей, що відбивається і на репродуктивних установках. Грамотність є гарним інтегральним показником розвитку освітніх процесів. Статистичні дослідження Дж. Бонгаарта виявили високий кореляційний зв'язок між грамотністю і зниженням народжуваності [1].

Математична обробка результатів спостережень щодо зміни ВВП і грамотності населення Землі дозволить уточнити демографічну модель народонаселення і прогнозувати зміну демографічних показників на найближче майбутнє [3].

Мета статті. Побудова рівняння регресії для прогнозування зміни ВВП і грамотності населення Землі.

Основні матеріали дослідження. Зміна світового ВВП за останні десятиліття наведено на рис. 1 [4].

Тимчасова залежність ВВП в цінах 1970 р. носить лінійний характер-нижня пряма на мал. 1. Для визначення рівняння прямої у вигляді $S(t)=a+bt$

скористаємося координатами двох крайніх крапок на цій прямій: при $t=1970$ значення $S(1970)$ дорівнює 3355,6 млрд доларів, при $t=2012$ значення $S(2012)$ дорівнює 11920,1 млрд доларів. Обробка цих даних дозволяє представити тимчасову залежність ВВП у вигляді:

$$S(t) = -398360.23 + 203.92t, \text{ в млрд } \$ \quad (1)$$

У таблиці 1 наведено останні дані Юнеско про грамотність населення Землі. Під грамотністю в даному випадку розуміється здатність осіб, що досягли 16 років, читати і писати.

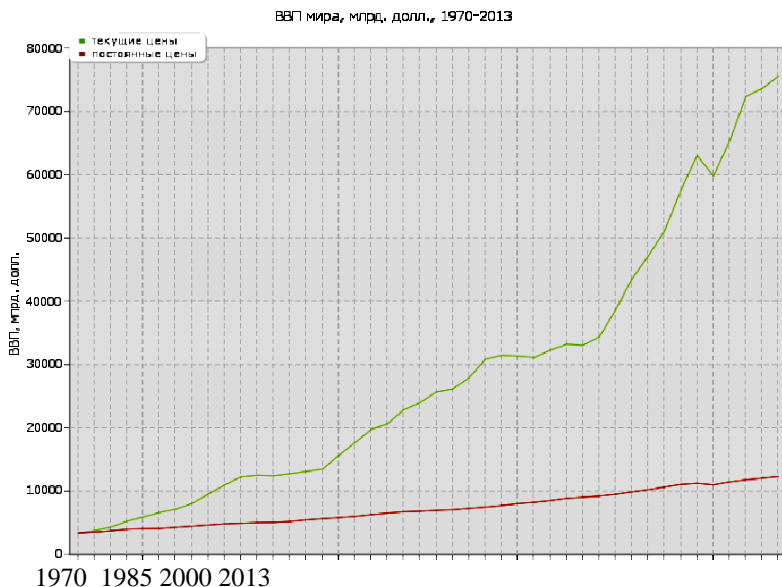


Рис. 1. Графік залежності ВВП світу в млрд доларів (верхня ламана – поточні ціни, нижня – перераховані на ціни 1970 р.).

Таблиця 1.

Грамотність населення Землі в період з 1960 р. по 2020 р.

t, рік	1960	1980	1990	2000	2007	2014	2020
L, грамотність	0,51	0,68	0,753	0,797	0,830	0,847	0,860

Тимчасова залежність грамотності (табл. 1) відрізняється від лінійного закону. Для визначення функції $L(t)$ скористаємося теорією сплайнів. Хай на інтервалі $[a, b]$ задана сітка з m вузлових точок, для яких значення цієї функції відомі. У нашому випадку (табл.1) кількість вузлових точок m дорівнює 6. Кордонами інтервалу є $a=t_0=1960$ і $b=t_5=2014$. Сплайном міри m гладкості 1 називається функція, яка задовольняє умові: на кожному з інтервалів вона є поліномом міри не вище m [5]. Побудуємо сплайн першого порядку, $m=1$. Він називається лінійним:

$$S_{1,l}(f, x) = P_i(x) = a_{i_0} + a_i x \quad (2)$$

Відрізок n , на кожному відрізку 2 невідомих, означає всього ϵ 2n невідомих. Задаємо збереження на кордонах безперервності сплайнів, тобто: $P_{i,1}(x_i) = P_{i+1,1}(x_i), i = 1, \dots, n-1$;

$$P_i(x_{i(i-1)}) = y_{i(i-1)}, i = 1, \dots, n \quad (3)$$

Знайдемо значення коефіцієнтів:

$$\begin{cases} a_{i_0} + a_i x_{i-1} = y_{i-1} \\ a_{i_0} + a_i x_i = y_i \end{cases} \quad (4)$$

Якщо вирішимо цю систему, то отримаємо формули для визначення всіх невідомих коефіцієнтів в сплайнах:

$$a_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}; a_{i_0} = y_{i-1} - a_i \cdot x_{i-1} \quad (5)$$

Результати визначення коефіцієнтів сплайна (4) за формулами (5) для опорних точок табл. 1 приведені в табл. 2. Отриманий сплайн $P_1(t)$ з лінійних функцій повністю визначає зміну грамотності від часу t у інтервалі 1960 - 2020 р.р.

Таблиця 2.

Коефіцієнти сплайна $P_1(t)$ для залежності грамотності від часу t
(час обчислюється в роках)

Інтервал часу, рік	1960-1980	1980-1990	1990-2000	2000-2007	2007-2014	2014-2020
a_0	-16,150	-13,774	-8,003	-8,632	-4,044	-3,517
$1000a_1$	8,50	7,30	4,40	4,71	2,43	2,17

При виконанні розрахунків замість абсолютного значення часу t зручно використовувати відносну величину z , яка рівняється $z=(t-t_1)/(t_2-t_1)$. Якщо покласти $t_2=2020, t_1=1960$, то

$$z = 0,016667t - 32,667 \quad t = 60z + 1960 \quad (6)$$

З формули (6) бачимо, що при зміні t від 1960 до 2020 значення z змінюється від 0 до 1. Перехід від змінної t до змінної z призведе до зміни сплайна $P_1(t)$. Позначимо новий сплайн через $P_1(z)$, а його коефіцієнти - через b_0 і b_1 . Для обчислення цих коефіцієнтів необхідно координати вузлових точок табл.2.2 перетворити за допомогою формул (3.6). Нові координати вузлових точок представлені в табл. 3.

Таблиця 3.

Нормовані значення грамотності населення Землі в період
з 1960 р. по 2020 р.

z , час у відносних одиницях	0.0000	0.3333	0.5000	0.6667	0.7833	0.9000	1.0000
L , грамотність	0,51	0,68	0,753	0,797	0,830	0,847	0,860

Результати визначення коефіцієнтів сплайна $P_1(z)$ за формулами (5) для опорних точок табл. 3 приведені в табл. 4.

Таблиця 4.

Коефіцієнти сплайна $P_i(z)$ для залежності грамотності від відносного часу z .

Інтервал часу, рік	1960-1980	1980-1990	1990-2000	2000-2007	2007-2014	2014-2020
b_0	0,510	0,534	0,621	0,608	0,716	0,730
b_1	0,510	0,438	0,264	0,283	0,146	0,130

Дані табл.4 дозволяють розрахувати грамотність населення Землі в інтервалі 1960-2020г. Графік тимчасової залежності грамотності населення Землі, побудований з використанням табл. 4, представлений на рис. 2.

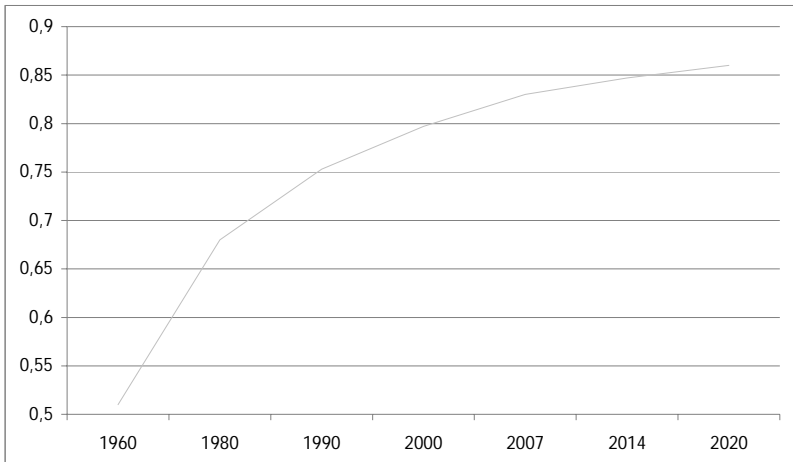


Рис. 2. Залежність грамотності населення Землі на інтервалі 1960-2020 р.

З мал.2 видно, що грамотність населення постійно зростає. Швидкість зростання з часом падає. Якщо в 1960-1980 роках кожні 10 років число грамотних збільшувалася на 8-9%, то до 2010 р підвищення склало 5% в розрахунку на 10 років. Прогноз на 2020 р. показує збільшення грамотності до 85-86%. представлений на мал. 2.

Висновки. Науково-технічний прогрес зумовив високу швидкість росту грамотності населення, стрімке підвищення ВВП, збільшення чисельності населення, що напряму або побічно надає вплив грамотності на біосферу Землі. Тому дослідження демографічних показників є актуальним завданням на сучасному етапі розвитку людського суспільства. Її руйнування пов'язано з екологічними і соціальними викликами всьому живому на Землі. У нашій роботі розглянуті дані ООН, Юнеско щодо зміни ВВП і грамотності населення. Отримані результати можуть бути використані для уточнення існуючих демографічних моделей, зокрема, компактною макромодел'ю еволюції світ - системи Коротаєва А.В., Малкова А.С. и Халтуріної Д.А. [3].

Література

1. Коротаев А.В. Математическая модель роста населения Земли, экономики, технологии и образования. ИПМ им. М.В. Келдыша РАН Москва, 2005. – [Электронный ресурс] / Анатолий Коротаев, Алексей Малков, Халтурина Диана – Режим доступа: http://www.keldysh.ru/papers/2005/prep13/prep2005_13.html.
2. Капица С. П. Математическая модель роста населения мира. Математическое моделирование. М.: 1992. Том 4, вып. 6. С.65–79.
3. Коротаев А.В. Законы истории. Компактные макромоделли эволюции мир – системы. Москва. 2004. – [Электронный ресурс] / Анатолий Коротаев, Алексей Малков, Халтурина Диана – Режим доступа: <http://mognovse.ru/psy-d-a-halturina-zakoni-istorii-moskva-2004.html>
4. Валовый внутренний продукт (ВВП) мира. Электронный ресурс: http://www.be5.biz/makroekonomika/gdp/gdp_world.html
5. Єремєєв В.С. Теорія планування та обробки експерименту. Навчальний посібник/ В.С.Єремєєв, Г.М.Ракович. - Мелітополь: МДПУ ім. Богдана Хмельницького. 2012. – 92с.

Анотація. Проведено аналіз динаміки зростання світового валового продукту (ВВП) і грамотності населення Землі. На основі даних ООН і Юнеско показано, що ВВП в цінах, приведених до 1970р., збільшується з часом практично за лінійним законом з коефіцієнтом кореляції не менше 95%. Грамотність населення Землі підвищується від 0,52 до 1960р. до 0,82 у 2014р. за згасальним законом, функціональна залежність якого від часу представлена у вигляді лінійного сплайна. Отримані дані можуть бути використані для прогнозування ВВП і грамотності, а також при уточненні демографічної моделі Коротаєва А.В., Малкова А.С. та Халтуриної Д. А.

Ключові слова: світовий валовий продукт; грамотність; демографічна модель; кореляція; населення Землі; сплайни; рівняння регресії.

Аннотация. Проведен анализ динамики роста мирового валового продукта (ВВП) и грамотности населения Земли. На основе данных ООН и Юнеско показано, что ВВП в ценах, приведенных к 1970г., увеличивается с течением времени практически по линейному закону с коэффициентом корреляции не менее 95%. Грамотность населения Земли повышается от 0,52 до 1960г. до 0,82 в 2014г. по затухающему закону, функциональная зависимость которого от времени представлена в виде линейного сплайна. Полученные данные могут быть использованы для прогнозирования ВВП и грамотности, а также при уточнении демографической модели Коротаева А.В., Малкова А.С. и Халтуриной Д.А.

Ключевые слова: мировой валовой продукт; грамотность; демографическая модель; корреляция; население Земли; сплайны; уравнение регрессии.

Abstract. The analysis of dynamics of growth of world gross product (GDP) and literacy of the population. Based on data from the UN and UNESCO have shown that GDP in the prices listed to 1970, increases with time almost linearly

with the correlation coefficient not less than 95%. Literacy of the population of the Earth increases from 0.52 to 1960. to 0.82 in 2014. on zatushaya law, whose functional dependence on time is represented as a linear spline. The obtained data can be used to predict GDP and literacy, as well as with the refinement of the demographic model A. V. Korotaev, A. S. Malkov and A. D. Khaltourina.

Keywords: world gross product; literacy; demographic model; correlation; population; splines; regression equation.