

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ ВПЛИВУ ШВИДКОСТІ ВІДКАЧУВАННЯ РІДИНИ НА ТИСК ҐРУНТОВИХ ВОД В ЗОНІ ОПУСКНИХ КОЛОДЯЗІВ

Єремєєв В. С., д. т. н.,  
Наумук О. В., к. п. н.,  
Брянцев О. А., інж.,  
Печерський Р. В.

*Мелітопольський державний педагогічний університет  
ім. Б. Хмельницького*  
Тел. (096) 63-96-748

**Анотація** – розроблено математичну модель для вивчення розподілу тиску ґрунтових вод в околиці опускних колодязів. Отримано дані про ступінь силового впливу водоносного шару на дно колодязя в залежності від швидкості відкачування рідини і фільтраційних властивостей ґрунту. Представлено, що в деяких випадках виштовхуюча сила, що діє на дно колодязя радіусом 10 м при товщині водоносного шару в 1 м, досягає 400 тонн. Збільшення товщини водоносного шару до 2-3 м і поглиблення колодязя до 10 м призведе до підвищення сили, що виштовхує в 20-25 разів. Це може призвести до деформації або спливання опускного колодязя. Інтенсивне відкачування рідини в значній мірі знижує тиск ґрунтових вод. Використання математичної моделі на стадії проектування об'єктів дозволить вжити заходів для зменшення тиску водоносних шарів при зануренні колодязів в ґрунт, а також при експлуатації підземних споруд.

**Ключові слова** – водоносний шар, спливання об'єкта, ґрунтові води, тиск, математична модель, опускний колодязь, підземна споруда.

*Постановка проблеми.* Опускний колодязь являє собою пустотілу оболонку, яка призначена для занурення в пухкий ґрунт с метою досягнення ґрунту, що володіє досить міцною несучою здатністю. Найчастіше колодязь має циліндричну форму діаметром від 10 м до 50-60 м. Подібні конструкції використовуються при будівництві підземних споруд, закладання фундаментів і створенні різного виду опор.

Присутність ґрунтових вод багато в чому визначає стратегію проведення будівельних робіт. Головна причина утворення

водоносних шарів пов'язана з інфільтраційними процесами. Рідина що просочується доходить до водотривких частин ґрунту, що є причиною формування водоносного шару, рис. 1.



Рис. 1. Схема розташування трьох водоносних шарів, розділених водотривкими ґрунтами

Верхня поверхня водоносних слоїв має назву дзеркало ґрунтових вод. Відстань  $h$  від дзеркала до водоупора визначає потужність шару. Величина  $h$  зазвичай змінюється від 1 до 3-4 м. У деяких випадках цього виявляється достатнім для виникнення тиску вод, яке викликає руйнування або спливання об'єкта, тому прогнозування впливу ґрунтових вод на підземні споруди має велике значення. У разі занурення колодязя нижче рівня підземних вод проведення розрахунків проти спливання є обов'язковим етапом при проектуванні опускного колодязя [1, 2]. Справжня робота присвячена визначенню впливу швидкості відкачування рідини на тиск ґрунтової води в околиці опускних колодязів циліндричної форми.

*Методика.* Зміни тиску рідини в водоносному шарі товщиною  $h$  визначається рівнянням [3]:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \chi \Delta p(x, y, z), \quad (1)$$

де  $p$  – тиск рідини в точці з координатами  $x, y, z$ ;

$t$  – час;

$\chi$  – коефіцієнт провідності тиску, інколи є коефіцієнтом п'єзопровідності.

У плоскорадіальному випадку, коли тиск залежить тільки від поточного радіуса  $r$ , рівняння (1) спрощується

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \chi \left( \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} \right). \quad (2)$$

Припустимо, що при  $r$ , дорівнює радіусу підземної споруди  $R$ , існує постійний стік рідини дебітом  $D$ . Нехай початкові та граничні умови мають вигляд

$$p(r,0) = h\rho g, p(\infty,t) = h\rho g, D = \text{const}, t > 0, \quad (3)$$

де  $\rho$  – щільність води;

$g$  – прискорення вільного падіння.

Рішення рівняння (2) при виконанні умови (3) отримано в роботі [4]

$$p(r,t) = h\rho g \left\{ 1 + \frac{D}{4\pi h^2 k_\phi} \left[ \ln\left(\frac{r^2}{4\chi t}\right) + 0,5772 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n n!} \left(\frac{r^2}{4\chi t}\right)^n \right] \right\} \quad (4)$$

де  $k_\phi$  – коефіцієнт фільтрації.

Формула розрахунку (4) визначає тимчасову залежність тиску рідини від характеристик водоносного шару та радіусу підземної споруди циліндричної форми. Формулу можна використовувати для вивчення розподілу тиску в зоні опускного колодязя і на його поверхні при наявності відкачування рідини з постійною швидкістю.

*Результати і обговорення.* Рішення (4) зручніше використовувати в безрозмірному вигляді:

$$q(a,b) = 1 + a \left[ \ln b + 0,5772 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n n!} b^n \right], \quad (5)$$

де  $q(a,b) = p(r,t)/h\rho g$ ,  $a = D/4\pi h^2 k_\phi$ ,  $b = r^2/4\chi t$ .

Результати розрахунку безрозмірного тиску  $q(a,b)$  по формулі (5) представлені в табл. 1. Згідно отриманим даним значення  $q(a,b)$  при  $b < 0,1$  і  $a > 0,001$  знаходиться в межах  $0,6 \div 1,0$ . В даному випадку тиск ґрунтових вод оцінюється величиною  $(0,6 \div 1,0) h\rho g$ , що для товщини водоносного слою от 1 м до 4 м складе близько  $(6 \cdot 10^3 \div 4 \cdot 10^4)$  Паскаль. З підвищенням  $b$  до 0,1 і більше та зниженням  $a$  до 0,001 і менше тиск падає кілька порядків.

Таблиця 1 – Залежність безрозмірного тиску  $q(a,b)$  від параметрів  $a$  і  $b$ . Перша строчка – параметр  $b$ , стовбець зліва – параметр  $a$

$b/a$	0,35	0,05	0,007	0,001	0,00014
0,030	0,995	0,929	0,869	0,810	0,751
0,060	0,991	0,858	0,737	0,620	0,502
0,090	0,986	0,787	0,606	0,430	0,253
0,120	0,982	0,716	0,475	0,240	0,0044

З формули (5) витікає, що тиск і градієнт тиску в довільній точці з фіксованою координатою  $r$  зменшуються з часом, тому при

деякому критичному значенні  $t=t_{max}$  тиск стає рівним нулю. Подальше його зниження неможливо, оскільки суперечить вимозі граничної умови (3) про сталість швидкості відкачування рідини  $D = const$ . Отже, формули (4) – (5) справедливі при виконанні умови:

$$t \leq t_{max}. \quad (6)$$

Для визначення  $t_{max}$  достатньо поставити вимогу, щоб тиск, обумовлений виразом (5), при  $r = R$  дорівнювало нулю, тобто

$$1 + a[\ln(b_{min}) + 0,5772 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{nn!} (b_{min})^n] = 0, \quad (7)$$

де

$$b_{min} = R^2/4\chi t_{max}. \quad (8)$$

Чисельне рішення трансцендентного рівняння (7) дозволяє розрахувати  $b_{min}$  і по формулі (9) знайти  $t_{max} = R^2/(4\chi b_{min})$ .

При  $b \ll 1$  ряд ступенів у (5) швидко збігається і вираз (5) спрощується,

$$q(a, b) = 1 + a(\ln b + 0,5772). \quad (9)$$

Якщо  $b$  достатньо мало, то для обчислення  $t=t_{max}$  можна скористатися наближеним виразом (9), згідно якому нульовий тиск досягається при виконанні наступної умови  $1 + a(\ln b_{min} + 0,5772) = 0$ .

Рішення цього рівняння дає,

$$b_{min} = \exp(-0,5772 - \frac{1}{a}). \quad (10)$$

Розрахунки безрозмірного тиску по формулі (10) в разі параметра  $b < 0,35$  практично не відрізняються від результатів, одержуваних з використанням точної формули (5). При  $b = 0,35$  різницю не перевищувало 4%, тому надалі всі обчислення проводились за формулами (8)–(10).

Використання даних з (табл. 1) дозволяє розрахувати часову залежність тиску в окрузі опускного колодязя та на його поверхні  $p(t)$ . Виштовхуюча сила  $F(t)$ , яка діє на днище опускного колодязю після заповнення його бетоном, очевидно, дорівнює,

$$F(t) = \pi R^2 p(t). \quad (11)$$

Приклад тимчасової залежності тиску на поверхні колодязя і сили, що виштовхує при значеннях радіуса об'єкта 10 м, товщини водоносного шару 1 м, швидкості відкачки рідини 20 л/с, коефіцієнті фільтрації  $1,05 \cdot 10^{-8}$  м/с, коефіцієнті п'єзопроводності  $0,04$  м<sup>2</sup>/с представлено в табл. 2.

Таблиця 2 – Залежність тиску  $p(t)$  на днище опускного колодязю і сили, що виштовхує  $F(t)$  від часу відкачки рідини

$t$ , час	3,0	7,1	11,2	15,4	19,5	23,6	27,8	31,9	36,0	40,6
$p(t)$ , Па	12690	8490	6280	4770	3620	2690	1910	1240	650	130
$F(t)$ , тонн	406	272	201	153	116	86	61	40	21	4,1

Згідно даним табл. 2 сила, що виштовхує, діюча на днище колодязю, заповненого бетоном, при обраних параметрах водоносного шару, складає близько 400 тонн. Інтенсивна відкачка рідини в значній мірі знижує тиск ґрунтових вод. Із формули (5) слід зазначити що, збільшення товщини водоносного шару до 2-3 м та поглиблення колодязя до 10 м призведе до підвищення сили, що виштовхує в 20-25 разів. Це може призвести до деформації або спливання опускного колодязя. Подібне навантаження необхідно враховувати при плануванні будівництва підземної споруди.

*Висновки.* Водоносні шари є однією з причин утворення сили, що виштовхує, які діють на опускні колодязі. Величина цих сил залежить від швидкості відкачування води, фільтраційних властивостей ґрунту та характеристик будівельного об'єкта. У даній роботі запропонована математична модель для прогнозування розподілу тиску ґрунтових вод в околиці опускних колодязів. Згідно з проведеними розрахунками, сили, що виштовхують, можуть досягати декількох сотень або, навіть, тисяч тонн. У деяких випадках цього достатньо для виникнення деформацій, спливання і руйнування об'єкта. Формули (4)-(11) дозволяють прогнозувати небажані ситуації ще на стадії проектування будівельних заходів і вживати заходів для зменшення негативного впливу ґрунтових вод. Зокрема, відкачка рідини призводить до істотного зниження тиску.

#### Література:

1. Руководство по проектированию опускных колодцев, погружаемых в тиксотропной рубашке / А. И. Байцур и др. Москва: Стройиздат, 1979. 128 с.
2. Свод правил проектирования подземных сооружений. Underground structures. Design principles. [Дата введення 2016-09-01] / В. В. Петрухин и др. URL: <http://docs.cntd.ru/document/1200137144> (дата звернення: 18.01.2019).
3. Подземная гидромеханика. / К. Басниев и др. 2-е изд. Москва, 2006. 488 с.
4. *Telichenko V., Rimshin V., Ereemeev V., Kurbatov V.* Mathematical modeling of groundwaters pressure distribution in the underground structures by cylindrical form zone // MATEC Web Conf. 2018. Vol. 196. DOI: 10.1051/matecconf/201819602025.

**РАЗРАБОТАНА МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ  
ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ ГРУНТОВЫХ  
ВОД В ОКРЕСТНОСТИ ОПУСКНЫХ КОЛОДЦЕВ**

Еремеев В. С., Наумук А. В., Брянцев А. А., Печерский Р. В.

*Аннотация* – разработана математическая модель для изучения распределения давления грунтовых вод в зоне опускных колодцев.

**A MATHEMATICAL MODEL HAS BEEN DEVELOPED  
FOR STUDYING THE DISTRIBUTION OF GROUNDWATER  
PRESSURE IN THE VICINITY OF SUBSIDENCE WELLS**

V. Yermeev, O. Naumuk, O. Bryantsev, P. Pechersky

*Summary*

A mathematical model has been developed for studying the distribution of groundwater pressure in the vicinity of subsidence wells. Data were obtained on the degree of power of the aquifer at the bottom of the well, depending on the pumping rate of the fluid and the filtration properties of the soil. It has been shown that in some cases the buoyant force acting on the bottom of a well with a radius of 10 m with an aquifer thickness of 1 m reaches 400 tons. Increasing the thickness of the aquifer to 2-3 m and the deepening of the well to 10 m will lead to an increase in buoyancy force by 20-25 times. This may cause deformation or the ascent of the lowering well. Intensive pumping of the liquid greatly reduces the pressure of groundwater. Using a mathematical model at the design stage of the facilities will allow taking measures to reduce the pressure of aquifer layers when diving wells into the ground, as well as during the operation of underground structures.

Based on the studies, the following conclusions were made: aquifers are one of the reasons for the ejection force that exerts on the wells. The magnitude of these forces depends on the rate of pumping of water, the filtration properties of the soil and the characteristics of the construction site. In this paper, we propose a mathematical model for predicting the distribution of groundwater pressure in the vicinity of sinkholes. According to the calculations, the ejection forces can reach several hundreds or even thousands of tons. In some cases, this is enough to cause deformation, floating and destruction of the object. Formulas (4)-(11) allow us to predict undesirable situations at the stage of designing construction measures and to take measures to reduce the negative impact of groundwater. In particular, the pumping of the fluid leads to a significant decrease in pressure.