

УДК 314.1(477):519.711

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЧИСЕЛЬНОСТІ
НАСЕЛЕННЯ ЗЕМЛІ**

Булигін М.О., Єремєєв В.С.

*Мелітопольський державний педагогічний університет
імені Богдана Хмельницького, м. Мелітополь,*

Постановка проблеми. Прогнозування зміни чисельності населення Землі на сучасному етапі розвитку людства є актуальним завданням. У періодичній пресі виходить багато популярних статей

на цю тему. Курс демографії викладається у вищих навчальних закладах. Демографія стала наукою з усіма властивими їй методами, теорією і завданнями. Однак у суспільстві сформувалось спрощене уявлення про механізм демографічних процесів і легкості проведення відповідного аналізу. Саме тому народжуються помилкові, узагальнення і висновки.

В дійсності, демографічні процеси є виключно складними за своєю природою. Вони розвиваються під впливом соціальних, економічних, політичних, кліматичних, екологічних та інших явищ. У свою чергу, і демографічні процеси впливають на хід всіх природних і суспільних процесів. Наприклад, низький рівень народжуваності веде до підвищення відсоткової частки пенсіонерів у суспільстві. Коливання народжуваності через певний час виявляється у відповідних коливаннях зайнятості на ринку праці, злочинності, конкурсів між абітурієнтами при вступі до навчальних закладів. Розширення сфери виробництва згубно позначаються на екології довкілля тощо [1]. У зв'язку з цими та іншими обставинами виникає природне запитання про принципову можливість застосування математичних методів до вивчення демографічних проблем.

Постановка завдання. Можливість аналізу зміни чисельності та вікової структури населення світу як системи, довгий час заперечувалась. Розвиток статистичних методів, накопичення демографічних показників і поява потужних програмних засобів змінило ситуацію. Дослідження фахівців у цій галузі [2], [3] показали, що для опису демографічних процесів можуть застосовуватись математичні методи. У зв'язку з цією обставиною аналіз існуючих моделей має практичний інтерес. Справжня робота присвячена вибору математичної моделі для опису динаміки чисельності населення на Землі.

Основна частина роботи. Одна з перших моделей для прогнозу зміни чисельності біологічних індивідів запропонована Ферхюльстом [2], який визначає швидкість відтворення популяції тварин диференціальним рівнянням:

$$\frac{dN}{dt} = (a_1N) - (a_2N + bN^2) \quad (1)$$

де N - чисельність індивіда, a_1, a_2, b – позитивні коефіцієнти.

Іншою відомою популяційною моделлю є модель Лоткі-Вольтерра [3], відомою під назвою «хижак-жертва». Вона описує динаміку популяцій двох видів, які взаємодіють між собою. Один з них служить основною їжею для другого. Модель являє собою систему з двох рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = Ax - Bxy \\ \frac{dy}{dt} = Cxy - Dy \end{cases} \quad (2)$$

де x – чисельність жертв, y – чисельність хижаків, A, B, C, D – коефіцієнти.

Використання моделей (1) і (2) для вивчення динаміки чисельності людей не є можливою. Результати аналізу історичних даних, який проводили Форрестер, Мор і Еміот [3], свідчать про те, що зростання населення Землі найкраще визначається гіперболічним законом

$$N = \frac{C}{t_0 - t} \quad (3)$$

де C і t_0 – константи.

Гіперболічний закон (3) досить добре виконується до середини ХХ століття. З початку 60-х рр. ХХ століття динаміка населення Землі все більш відхиляється від гіперболічної кривої [3], [4], [5].

Найбільш фундаментальними роботами в галузі глобальної демографії вважаються роботи С.П. Капіці [3], який для швидкості зростання населення запропонував використовувати квадратичну залежність у вигляді

$$\frac{dN}{dt} = \frac{N^2}{C} \quad (4)$$

де C – константа.

Причину квадратичної залежності (4) С.П. Капіца бачить у тому, що людство є єдиною системою. Вона характеризується попарними взаємодіями з обміном інформації. У результаті

швидкість зростання окремих частин істотно залежить від загального розміру всієї системи.

Механізм гіперболічного зростання (3) А.В. Подлазов [6] пояснює з позиції розвитку технологій. Він ввів поняття життєзберігаючих технологій. Що стосується демографічного переходу, то, на думку А.В. Подлазова, він пов'язаний з безглуздя збільшення рівня життєзберігаючих технологій, так як внутрішній ресурс людського організму не зажадає такого збільшення.

Робота А.В. Подлазова є кроком вперед в галузі теоретичної демографії. Введення поняття життєзберігаючих технологій дозволяє ввести єдину шкалу вимірювання для різних і не порівнянних технологічних нововведень. Наприклад, за допомогою цього заходу можна порівняти роль економіки, релігії, політики, освіти в єдиному масштабі. Однак, незважаючи на подібні перспективи, практичне використання цієї міри на даний момент ускладнено, оскільки виділення впливу різних факторів на смертність саме по собі є складним, поки що не вирішеним завданням. При цьому у світлі опису глобального демографічного процесу важливість адекватного вимірювання рівня технології очевидна. Введення додаткових змінних і показників може бути виправданим тільки тоді, коли це введення дає якусь нову якість. Введення нових понять і модифікація рівнянь повинні служити меті більш адекватного опису дійсності і емпіричних даних.

Для підтвердження висновків А.В. Подлазова доцільно використовувати дані з динаміки світового валового продукту (ВВП), рис.1.

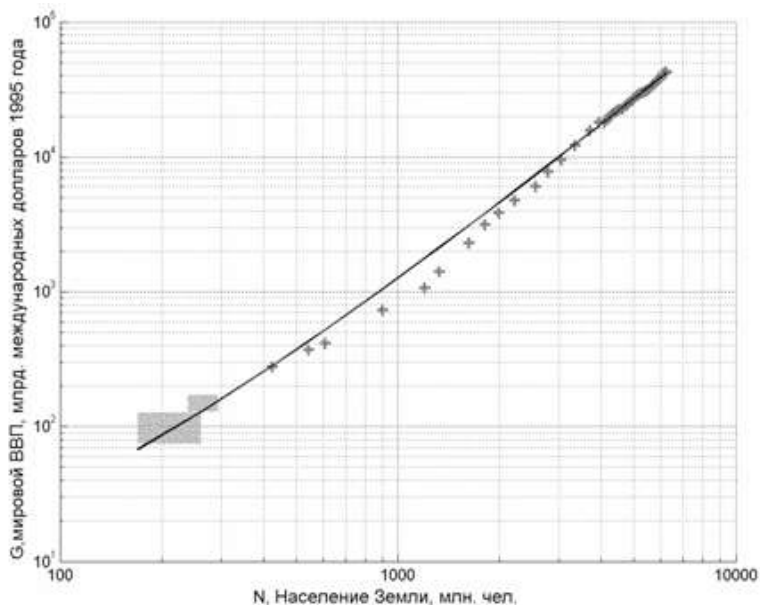


Рис. 1. Світовий ВВП і чисельність населення Землі

Таким чином, модель демографічного переходу повинна виявити фактори які викликають цей перехід, і, перш за все, фактори різкого зниження народжуваності.

Для визначення основних факторів зниження народжуваності розумно звернутися до емпіричних даних. Аналіз великої статистичної вибірки переконливо показує, що зростання рівня освіти населення в процесі модернізації, поряд з розвитком медичних технологій та системи соціального забезпечення, є провідним фактором зниження народжуваності. У порівнянні з суспільствами, на завершальному демографічному переході, до яких належить і Росія, вплив освіти та охорони здоров'я на народжуваність особливо велике для країн третього світу. При цьому поява і поширення нових медичних технологій можливо тільки в результаті розвитку сфери освіти. Освіта, з одного боку, дозволяє населенню ознайомитись із засобами регуляції народжуваності, а з іншого – змінює ціннісні орієнтації людей, що відбивається і на репродуктивних установах. Показник грамотності, тобто відсоток грамотних у суспільстві (країні, світі і т. ін.) є гарним інтегральним показником розвитку освітніх

процесів. Дж. Бонгаартс [4] показав, що рівень грамотності жінок є надійним предиктором зниження народжуваності.

У роботі А.В. Коротаєва, А.С. Малкова і Д.А. Халтуріної [4] проведено емпіричне обґрунтування технологічного підходу до опису гіперболічного зростання населення Землі. Автори роботи запропонували враховувати вплив технології і рівня грамотності на чисельність населення. Як функція, яка характеризує рівень технології, обраний надлишковий дохід на душу населення. Демографічна модель являє собою систему диференціальних рівнянь з трьома взаємопов'язаними функціями: N – чисельність населення, S – надлишковий дохід на душу населення (наскільки дохід у доларах 1995 більше прожиткового мінімуму на рік), L – частка грамотного населення:

$$\begin{cases} \bullet \\ N = aN^{\varphi_1} S^{\varphi_2} (1-L)^{\varphi_3} \\ \bullet \\ S = bN^{\varphi_4} S^{\varphi_5} \\ \bullet \\ L = cL^{\varphi_6} S^{\varphi_7} (1-L)^{\varphi_8} \end{cases} \quad (5)$$

де коефіцієнти $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5, \varphi_6, \varphi_7, \varphi_8$ – деякі позитивні степені.

Математична модель (5) є одною із найбільш правдоподібних версій в теперішній час. Рішення рівнянь (5) здійснюється, наприклад, за допомогою схеми Рунге-Кутта. З ціллю приведення усіх параметрів моделі до одного порядку рекомендовано перейти до інших змінних, наприклад, до змінних $N = 10^9 N_1, S = 10^3 S_1, L = L_1$. Для визначення коефіцієнтів $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5, \varphi_6, \varphi_7, \varphi_8$ можна скористатися відомими статистичними даними про чисельність населення, економічних показниках і грамотності населення [5].

Виводи. Динаміка чисельності населення Землі залежить від комплексу демографічних факторів. В роботі А.В. Коротаєва А.С. Малкова и Д.А. Халтуріної [4] запропонована математична модель, яка враховує вплив економічних факторів і грамотності на динаміку чисельності населення. Уточнення параметрів у

демографічній моделі (5) забезпечує можливість отримання більш точних прогнозів зростання валового продукту, зміни чисельності населення Землі і підвищення грамотності.

Література

1. Асмус Т.А., Коваленко А.В. Демография [конспект лекций] / Т.А. Асмус, А.В. Коваленко. – Томск: ТПУ, 2000. – 53 с.
2. Ватник А.П. Математические модели в демографии /А.П. Ватник. – Санкт-Петербург, 2008 – 322 с.
3. Капица С.П. Общая теория роста населения Земли / С.П. Капица. – Москва: Наука, 1999. – 136 с.
4. Коротаев А.В., Малков А.С., Халтурина Д.А. [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://www.keldysh.u/papers/2005/prep13/prep2005_13.html.
5. Методы и модели демографического прогнозирования. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.bestreferat.ru/referat-56223.html>.
6. Подлазов А.В. Основное уравнение теоретической демографии и модель глобального демографического перехода. / А.В. Подлазов. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. – №88. 2001.

Анотація: У статті аналізується проблема моделювання зміни чисельності населення Землі, обґрунтовується вибір математичної моделі, яка враховує вплив грамотності та економічного розвитку суспільства на чисельність населення, описується комп'ютерна реалізація моделі та наводяться результати обчислень.

Ключові слова: чисельність населення, народжуваність, смертність, демографічна модель, відтворення популяції.

Summary: The article deals with the problem of studying the dynamics of basic demographic parameters, justified the choice of a mathematical model that takes into account the impact of literacy and economic development of society by the population of the Earth, described computer implementation of the model and the results of calculations.

Key words: population, fertility, mortality, population model, the population reproduction.