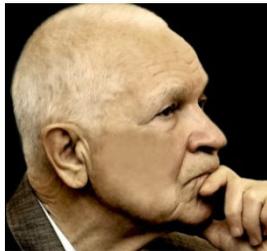


УДК 620.92

**УРАВНЕНИЕ РЕГРЕССИИ ДЛЯ ВРЕМЕННОЙ ЗАВИСИМОСТИ ВСЕМИРНОГО
ВАЛОВОГО ПРОДУКТА И ГРАМОТНОСТИ НАСЕЛЕНИЯ ЗЕМЛИ**



Еремеев Владимир Сергеевич,
профессор, доктор технических наук,

Очкаленко Роман Леонидович,
бакалавр,

*Мелитопольский государственный педагогический университет
имени Богдана Хмельницкого,
г. Мелитополь.*



Гулынина Елена Владимировна
кандидат физико-математических наук, доцент

*Северо-кавказский филиал федерального государственного
бюджетного образовательного учреждения высшего образования
“Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова”
г. Минеральные Воды*

**THE REGRESSION EQUATION FOR TIME DEPENDENCE OF WORLD
GROSS DOMESTIC PRODUCT AND LITERACY OF THE POPULATION**

Eremeev Vladimir Sergeevich,
Professor, doctor of technical Sciences,

Ochkalenko Roman Leonidovich,
bachelor's degree,

*Melitopol state pedagogical University named after Bogdan Khmelnytsky,
Melitopol.*



Gulynina Elena Vladimirovna
candidate of physico-mathematical Sciences, associate Professor

*The North Caucasus branch of Federal state
budgetary educational institution of higher education
“Belgorod state technological University named after. V. G. Shukhov”
Mineralnye Vody*

АННОТАЦИЯ

Проведён анализ динамики роста всемирного валового продукта (ВВП) и грамотности населения Земли. На основе данных ООН и Юнеско показано, что ВВП в ценах, приведенных к 1970г., увеличивается со временем практически по линейному закону с коэффициентом корреляции не менее 95%. Грамотность населения Земли повышается от 0,52 в 1960г. до 0,82 в 2014г. по затухающему закону, функциональная зависимость которого от времени представлена в виде линейного сплайна. Полученные данные могут быть использованы для прогнозирования ВВП и грамотности, а также при уточнении демографической модели Коротаяева А.В., Малкова А.С. и Халтуриной Д.А.

Ключевые слова: всемирный валовый продукт; грамотность; демографическая модель; корреляция; население Земли; сплайны; уравнение регрессии.

ABSTRACT

The analysis of dynamics of growth of world gross product (GDP) and literacy of the population. Based on data from the UN and UNESCO have shown that GDP in the prices listed to 1970, increases with time almost linearly with the correlation coefficient not less than 95%. Literacy of the population of the Earth increases from 0,52 in 1960 to 0.82 in 2014, whose functional dependence on time is represented as a linear spline. The obtained data can be used to predict GDP and literacy, as well as with the refinement of the demographic model A. V. Korotaev, A. S. Malkov and A. D. Khaltourina

Keywords: world gross product; literacy; demographic model; correlation; population; splines; regression equation.

Актуальность. Развитие человеческой цивилизации во многом определяется демографическими процессами, поэтому изучение демографических показателей на Земле играет большое значение для прогнозирования динамики численности населения, а также экономических и социальных явлений в обществе. К наиболее важным демографическим параметрам относятся численность населения, его грамотность, научно-технический прогресс и всемирной валовой продукт производства (ВВП) [1], [2]. Настоящая работа посвящена получению уравнений регрессии для временных зависимостей ВВП и грамотности населения Земли.

Научно-технический прогресс определяет уровень технологии, которая является двигателем экономического развития. По мнению многих авторов работ, наиболее общим показателем понятия «уровень технологии», является производительность труда, которая в конечном счете ответственна за рост ВВП. Первой и наиболее глубокой работой в этой области была работа С. П. Капицы [2], который считает, что гиперболический закон изменения численности населения хорошо согласуется с ростом ВВП примерно до 1990 г. Однако резкое снижение скорости роста населения в конце 20 века не может быть объяснено повышением ВВП. Здесь дополнительно проявляется влияние других демографических параметров [3].

Анализ статистических данных показывает, что рост уровня образования населения приводит к снижению рождаемости. Влияние образования и здравоохранения на рождаемость особенно велика для стран третьего мира. Образование, с одной стороны, позволяет населению ознакомиться со средствами регуляции рождаемости, а с другой - меняет ценностные ориентации людей, отражается и на репродуктивных установках [3]. Грамотность является хорошим интегральным показателем развития образовательных процессов. Статистические исследования Дж. Бонгаарта обнаружили высокую корреляционную связь между грамотностью и снижением рождаемости [1].

Математическая обработка результатов наблюдений по изменению ВВП и грамотности населения Земли позволит уточнить демографическую модель народонаселения и прогнозировать изменение демографических показателей на ближайший будущее [3], в связи с чем проведение исследований в этом направлении имеет интерес.

Постановка задачи. Статистические данные ООН и Юнеско достаточно подробно отслеживают динамику изменения ВВП и грамотности населения в различных регионах и на Земле в целом [1], [3], [4]. На Рисунок 1 приведено изменение ВВП за последние десятилетия [4].

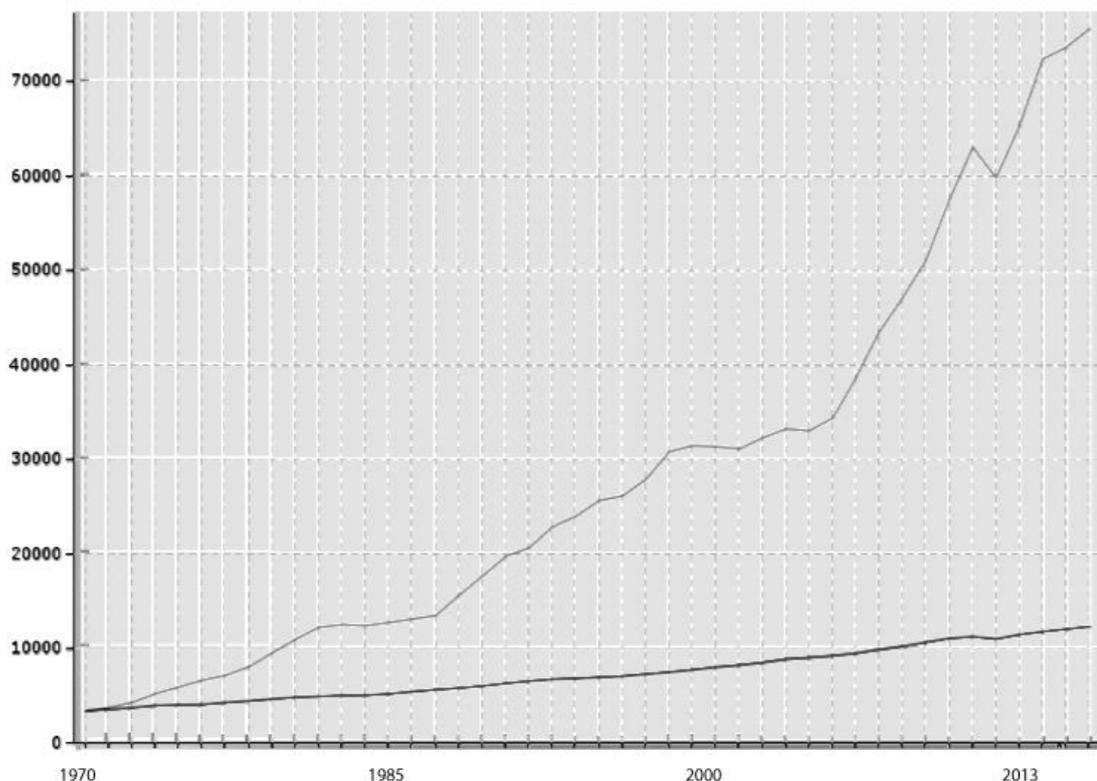


Рисунок 1. Изменение ВВП со временем (нижняя кривая в ценах 1970г.).

Изменение грамотности населения Земли по данным ООН и Юнеско представлено в табл.1.

Значение грамотности в 2020 г. получено путём экстраполяции.

Таблица 1.

Грамотность населения Земли в период с 1960 г. по 2020 г.

i, номер столбца	0	1	2	3	4	5	6
t, год	1960	1980	1990	2000	2007	2014	2020
L, грамотность	0,51	0,68	0,753	0,797	0,830	0,847	0,860

Цель статьи состоит в построении уравнений регрессии для описания роста ВВП и грамотности населения Земли.

Основные материалы исследования. Как показывают данные Рисунок 1, изменение ВВП со временем в ценах 1970г. носит линейный характер (нижняя кривая на Рисунок 1). Согласно проведенным расчётам коэффициент корреляции между ВВП в ценах 1970г. и временем составляет не менее 95%. Поэтому уравнение регрессии для временной зависимости ВВП(t) можно представить в виде линейной функции: $VVP(t) = a + bt$. Для определения уравнения коэффициентов регрессии прямой a и b воспользуемся координатами двух крайних точек: при $t = 1970$ значение ВВП(1970) равно 3355,6 долларов, при $t = 2012$ значение ВВП(2012) равно 11920,1 долларов. Обработка этих данных позволяет представить временную зависимость ВВП в виде:

$$VVP(t) = -398360.23 + 203.92t, \text{ в млрд \$ на 1 человека(1)}$$

Временная зависимость грамотности L(t) (табл. 1) носит затухающий характер и в сильной степени отличается от линейного закона. Для определения функции L(t) воспользуемся теорией сплайнов. Пусть на отрезке [a, b] задана сетка с n+1 узловыми точками, для которых значение функции L(t) известны. В нашем случае, (табл.1), число интервалов равно n=6, количество узловых точек равно n + 1=7. Граничные значения отрезка равны: $a = t_0 = 1960$ и $b = t_6 = 2020$.

Сплайном степени m гладкости l, который построен для функции L(t), называется функция $S_{m,l}(L,t)$, удовлетворяющая следующему условию: на каждом из интервалов с номером i сплайн является

полиномом степени не выше m [5]. Обычно принимают, что значение l равно m, поэтому для сплайна первого порядка (m = 1), опуская индекс l, можно записать следующие формулы для многочленов $P_i(t)$, которые определяют сплайн $S_1(L,t)$:

$$S_1(L,t) = P_i(t) = a_{i0} + a_{i1}t, \quad i=1,2,\dots,n \quad (2)$$

Поскольку для каждого интервала имеется n неизвестных, то уравнения (2) содержат 2n неизвестных. Из условия равенства сплайнов в узловых точках x_i значениям функций в этих точках $L(t_i)$ имеем:

$$P_i(t_{i-1}) = f(t_{i-1}), P_i(t_i) = f(t_i), i=1,\dots,n: \quad (3)$$

Обозначим значения этой функции $L(t_i)$ в узловых точках через y_i . Значения полиномов сплайна в узловых точках также должны равняться y_i . Отсюда получим систему алгебраических уравнений для вычисления коэффициентов a_i и b_i :

$$\begin{cases} a_{i0} + a_{i1}t_{i-1} = y_{i-1} \\ a_{i0} + a_{i1}t_i = y_i \end{cases} \quad (4)$$

Решение системы (4) даёт:

$$a_{i1} = \frac{y_i - y_{i-1}}{t_i - t_{i-1}}; a_{i0} = y_{i-1} - a_{i1} \cdot t_{i-1}, \quad i=0,1,2,\dots,n \quad (5)$$

Результаты определения коэффициентов сплайна (2) по формулам (5) для опорных точек табл. 1 приведены в табл. 2. Полученный сплайн $P_i(t)$ состоит из линейных функций и полностью определяет изменение грамотность от времени t в интервале 1960 - 2020 г.г.

Таблица 2.

Коэффициенты сплайна $P_i(t)$ для зависимости грамотности от времени t (время исчисляется в годах).

Интервал, год	1960-1980	1980-1990	1990-2000	2000-2007	2007-2014	2014-2020
a_0	-16,150	-13,774	-8,003	-8,632	-4,044	-3,517
$1000a_1$	8,50	7,30	4,40	4,71	2,43	2,17

При выполнении расчетов вместо абсолютного значения времени t удобно использовать относительную величину z, равную $z = (t - t_1) / (t_2 - t_1)$. Если положить $t_2 = 2020$, $t_1 = 1960$, то

$$z = 0,016667t - 32,667, \quad t = 60z + 1960 \quad (6)$$

Из формулы (6) видим, что при изменении t от 1960 до 2020 значение z изменяется от 0 до 1.

Переход от переменной t к переменной z приведет к изменению сплайна $S_1(L,t)$ и его многочленов. Обозначим новый сплайн и новые многочлены, соответственно, через $S_1(L, z)$ и $P_i(z)$, а коэффициенты многочлена - через b_0 и b_1 . Для вычисления коэффициентов необходимо координаты узловых точек табл.2 преобразовать с помощью формул (6). Новые координаты узловых точек представлены в табл. 3.

Таблица 3.

Нормированные значения грамотности населения Земли в период с 1960 по 2020 год.

z, время	0.0000	0.3333	0.5000	0.6667	0.7833	0.9000	1.0000
L, грамотность	0,51	0,68	0,753	0,797	0,830	0,847	0,860

Результаты определения коэффициентов $P_i(z)$ по формулам (5) для опорных точек табл. 3 приведены в табл. 4.

Таблица 4.

Коэффициенты многочленов $P_i(z)$ для сплайна $S_1(L, z)$.

Интервал, год	1960-1980	1980-1990	1990-2000	2000-2007	2007-2014	2014-2020
b_0	0,510	0,534	0,621	0,608	0,716	0,730
b_1	0,510	0,438	0,264	0,283	0,146	0,130

Данные табл.4 позволяют рассчитать грамотность населения Земли в любой точке для интервала от 1960г. до 2020г. График временной

зависимости грамотности населения Земли, построенный с использованием табл. 4, представлен на рисунке 2.

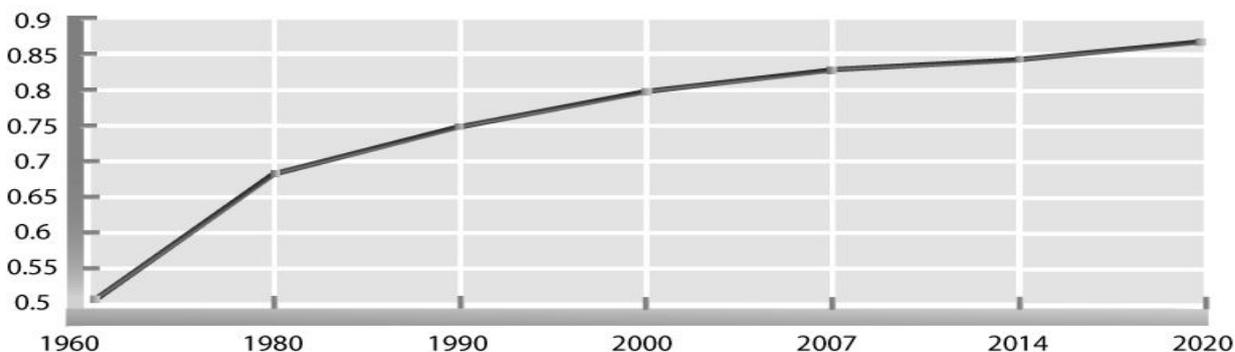


Рисунок 2. Изменение грамотности населения Земли в интервале 1960-2020 г.г.

Из рисунка 2 видно, что грамотность населения постоянно растет, а скорость роста со временем уменьшается. Если в 1960-1980 годах каждые 10 лет число грамотных увеличивалась на 8-9% в расчете на 10 лет, то к 2010 г. повышение составило 5%. Прогноз на 2020 показывает увеличение грамотности до 85-86%.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Научно-технический прогресс обуславливает высокую скорость роста грамотности населения. Стремительное повышение ВВП, увеличение численности населения, прямо или косвенно оказывает все возрастающее влияние на биосферу Земли. Поэтому исследование демографических показателей является актуальной задачей на современном этапе развития человеческого общества. Ее разрешение тесно связано с экологическими и социальными вызовами всему живому на Земле. В нашей работе проведён анализ данных ООН и Юнеско по изменению ВВП и грамотности населения, а также найдены уравнения регрессии для временных зависимостей ВВП и грамотности. Полученные результаты могут быть

использованы при уточнении существующих демографических моделей, в частности, макромоделей эволюции мир - системы Коротаяева А.В., Малкова А.С. и Халтуриной Д.А. [3, 7].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1.Коротаяев А.В., Малков А.С., Халтурина Д.А. Математическая модель роста населения Земли, экономики, технологии и образования. ИПМ им. М.В. Келдыша РАН Москва, 2005. Электронный ресурс: http://www.keldysh.ru/papers/2005/prep13/prep2005_13.html.
2. Капица С. П. Математическая модель роста населения мира. Математическое моделирование. М.: 1992. Том 4, вып. 6. С.65–79.
- 3.Коротаяев А.В., Малков А.С., Халтурина Д.А. Законы истории. Компактные макромоделей эволюции мир – системы. Москва. 2004. 4.<http://mognovse.ru/psy-d-a-halturina-zakoni-istorii-moskva-2004.html>
5. Валовый внутренний продукт (ВВП) мира. Электронный ресурс http://www.be5.biz/makroekonomika/gdp/gdp_world.html
- 6.Єремєєв В.С. Теорія планування та обробки експерименту. Навчальний посібник/ В.С.Єремєєв, Г.М.Ракович. - Мелітополь: МДПУ ім. Богдана Хмельницького. 2012. - 92с.
7. И.А. Петренко, Е.В. Гульниина, О.В. Донева. Теория вероятностей. Петренко, И.А. Теория вероятностей. Учебное пособие / Сост. И.А. Петренко, Е.В. Гульниина, О.В. Донева. - Минеральные Воды: СКФ БГТУ им. В.Г. Шухова, 2015. - 172 с.