

*Найдиш А.В.*, д.т.н.,  
*Верещага В.М.*, д.т.н.,  
*Адоньєв Є.О.*, к.т.н.,  
*Лебедєв В.О.*, к.т.н.

## КОМПОЗИЦІЙНИЙ МЕТОД ГЕОМЕТРИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ: ОСНОВНІ ВИЗНАЧЕННЯ

*Мелітопольська школа прикладної геометрії;  
Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана  
Хмельницького, Україна;  
Запорізький національний університет, Україна.*

*Анотація. Створення композиційного методу геометричного моделювання (КМГМ) стало подальшим розвитком точкового числення Балюби-Найдиша (БН-числення). При розробці КМГМ враховані основні переваги БН-числення, зокрема: зручна формалізація вихідних даних; відсутність необхідності вирішення систем алгебраїчних рівнянь; вирішення точкових рівнянь у локальних симплексах без прив'язки до глобальної системи координат; можливість розбиття багатомірної задачі на відповідну кількість одномірних задач з наступним об'єднанням результатів; зручна алгоритмізація для комп'ютерних розрахунків. Разом з тим, розроблений КМГМ має ряд своїх особливостей та принципів, що доповнюють інструментарій БН-числення та розширюють його можливості. Новизною методу є, зокрема: алгоритми формування БН-координат та побудови Б-кривих; геометрична БН-інтерполяція; геометричні БН-матриці точок та параметрів, тощо. Новий метод завжди вимагає введення нових термінів, що потребують однозначних тлумачень. Це сприяє кращому розумінню суті КМГМ та його місця серед інших методів геометричного моделювання.*

*Ключові слова* – композиційний метод геометричного моделювання, БН-числення, БН-інтерполяція, БН-матриця, Б-криві, Б-поверхні.

**Постановка проблеми.** Прикладна геометрія має за мету розв'язання широкого кола прикладних задач, забезпечуючи, при цьому, не тільки наочність їх розв'язання, але й широкі можливості узагальнення існуючими математичними методами. Однак, сучасний розвиток технологій і виникнення, у зв'язку з цим, нових прикладних задач потребують нових методів формалізації задач геометричного характеру. Так, у 1995 році [2, 3, 4] з'явилося БН-числення, яке стало новим напрямом у розвитку прикладної геометрії. Базуючись на принципах БН-числення, був розроблений композиційний метод геометричного моделювання (КМГМ), який відкрив нові можливості у моделюванні складних багатофакторних систем різної фізичної природи [1]. Новий метод геометричного моделювання, у свою чергу, вимагає введення нових термінів, що потребують систематизації та однозначного тлумачення.

**Аналіз останніх досліджень.** Прикладна геометрія, до царини якої відносимо і КМГМ, використовує аналітичні методи нарисної, аналітичної, диференціальної, проєктивної, багатовимірної геометрії, використовує способи інженерної та комп'ютерної графіки, тощо. Тому проведемо аналіз літературних джерел з вказаних напрямів.

Найбільш поширеними підручниками, посібниками, довідниками, у яких відбувається визначення та тлумачення термінів, стосується виготовлення кресленників та конструкторської документації [5, 8, 10, 11]. Також прикладної, нарисної геометрії та елементарної математики [6, 7, 9, 12]. Однак, аналіз вказаної літератури показав, що існуючі у ній визначення і терміни не можуть задовольнити потреби у розробці нового наукового напрямку – КМГМ. Для його пояснення треба вводити нові означення, терміни і надавати їм тлумачення.

**Формулювання цілей та завдання статті.** Визначити найважливіші терміни КМГМ, надати їх означення та тлумачення.

**Основна частина.** Основні поняття, на яких базується КМГМ, доцільно навести у наступному вигляді та порядку.

**БН-координати** – параметри, що можуть бути простим відношенням трьох точок прямої або алгебраїчною комбінацією декількох простих відношень трьох точок прямої, або відношенням частки цілого до самого цілого, які складено, виходячи з обраного локального симплексу та геометричного алгоритму розв'язку задачі, що визначають положення поточної точки відносно вершин вихідного локального симплексу і, при цьому, сума БН-координат завжди має дорівнювати одиниці.

**Б-фігури (Балюби фігури)** – вираз, що є узагальнюючим для виразів «Б-крива», «Б-поверхня», «Б-тіло» і так далі, узагальнення до n-простору. Застосовується, коли мається на увазі будь-що із наведеного. Елементи Б-фігури визначають долю участі кожної з вихідних її точок у формуванні поточної точки М.

**БН-інтерполяція** – знаходження шляхом геометричних побудов, що формалізовані у геометро-математичному апараті точкового БН-числення обраного виду геометричної фігури, яка б, на основі властивостей та взаємозв'язків між елементами, забезпечувала б заздалегідь обраних вихідних точок геометричної фігури. Означена інтерполяція носить назву «геометрична» через те, що не застосовуються алгебраїчні методи для зв'язування параметрів інтерполянта. При цьому, за рахунок використання різниць між координатами, а не самих координат, виключається прив'язка одержаної, у точковій формі, геометричної фігури до глобальної системи координат.

**БН-матриця параметрів (параметрична БН-матриця)** – прямокутна таблиця, елементами якої є параметри форми геометричної фігури, що упорядковані геометро-математичними методами відповідно до її однієї або декількох властивостей, які розташовані у відповідності із взаємопов'язаними з ними точками на геометричній фігурі, подвійні індекси яких (параметрів БН-матриці і точками геометричної фігури) співпадають. Елементи параметричної БН-матриці являють собою БН-координати поточної точки геометричної фігури відносно вершин локального симплексу, обраного для цієї геометричної фігури. Суперпозиція (сума) усіх елементів параметричної

БН-матриці дорівнює одиниці.

Для однієї геометричної фігури можна скласти декілька параметричних БН-матриць в залежності від мети дослідження і, у відповідності до мети, необхідності проведення певних розрахунків.

**Композиційний метод геометричного моделювання (метод композиційного геометричного моделювання)** – метод аналітичної дедукції, розроблений на геометро-математичному апараті точкового БН-числення, що базується на способах геометричної БН-інтерполяції; дозволяє будь-яку задачу  $n$ -вимірного простору поділити на  $n$  одномірних задач; у якому кількість вузлових точок вихідної геометричної фігури, визначає композиційну геометричну модель, яка є безвідносною до якісних змін цих точок; довільна поточна точка композиційної геометричної моделі визначається як сума долей участі усіх вузлових точок вихідної геометричної фігури, при цьому, значення долі участі дорівнює відповідній БН-координаті вузлової точки; будь-яка точкова форма (вираз, рівняння, нерівність, інтегративна, агрегат) є безвідносною щодо глобальної системи координат, тобто виключаються параметри положення геометричної фігури відносно глобальної системи координат.

1. «Композиційним» метод названо через те, що геометрична інтерполяція базується на властивостях та ознаках геометричних фігур, не порушуючи які, а тільки якісно змінюючи точки, можна створювати різноманітні композиції з елементів геометричних фігур. У композиційному методі геометричного моделювання (КМГМ) важливими є взаємозв'язки між елементами геометричної фігури на основі її властивостей, а не параметри, що визначають взаємне розташування цих елементів.

2. БН-координати у КМГМ можуть подаватися у вигляді числа, алгебраїчного виразу, або функції, які явно чи неявно подають просте відношення трьох точок прямої.

3. Кожна поточна точка композиційної геометричної моделі має свій набір БН-координат. Дві різні точки не можуть мати однакові БН-координати.

4. Сума БН-координат будь-якої точки композиційної геометричної моделі завжди дорівнює одиниці, тобто БН-координати не є незалежними, їх не можна обирати довільно, вони всі є функціями параметру  $0 \leq t \leq 1$ . Зміна будь-якої однієї БН-координати тягне за собою зміну усіх інших.

**Точкове рівняння сегменту  $M$** , тобто будь-якої Б-фігури, що визначається як сума елементів БН-матриці геометричної фігури  $M_B$ .

Точкове рівняння сегменту  $M$  є композиційною геометричною моделлю вихідної геометричної Б-фігури, що інтерполює усі точки, що складають цю Б-фігуру.

**Точкові форми** – вирази, рівняння, тотожності, нерівності, тощо, які одержані з використанням геометро-математичного апарату точкового БН-числення та подані через БН-координати.

**Точковий агрегат** – сукупність окремих та інтеграційних точкових

форм, що наділена алгоритмічною структурою, яка є відповідною до геометричного алгоритму розв'язання задачі.

### **Висновки.**

Надані терміни та їх визначення пояснюють основні властивості композиційного методу геометричного моделювання та відмінності від існуючих методів прикладної геометрії. Однак, цей набір понять та визначень не є завершеним. Враховуючи широкі можливості КМГМ, необхідність подальших наукових досліджень та перспективи його розвитку та застосування для вирішення прикладних задач, КМГМ буде поповнюватись новими термінами.

### **Література.**

1. Адоньев С.О. Композиционный метод геометричного моделювання багатофакторних систем
2. Балюба І.Г. Основи математичного апарату точкового числення / І.Г. Балюба, В.І. Поліщук, Т.П. Малютіна. Праці // Таврійська державна агротехнологічна академія. Вип. 4. Прикладна геометрія та інженерна графіка. – т. 29 – Мелітополь: ТДАТА, 2005. – С. 22-30.
3. Балюба І.Г., Найдиш В.М. Точкове числення: Навчальний посібник, під ред. Верещаги В.М. – Мелітополь: вид-во МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2015. – 234 с.
4. Балюба И.Г. Конструктивная геометрия многообразий на основе точечного исчисления. / И.Г. Балюба // Автореф. дис. ... докт. техн. наук. – К., КГТУСА, 1995. – 36 с.
5. Верхола А.П. Словник з креслення: Навч. посібник. – К.: Вища шк., 1994. – 203 с.
6. Геометрическое моделирование и машинная графика в САПР / В.Е. Михайленко, В.Н. Кислокий, А.А. Лященко и др. – К.: Вища шк., 1991. – 237 с.
7. Михайленко В.Є. Тлумачення термінів з прикладної геометрії, інженерної та комп'ютерної графіки / В.Є. Михайленко, В.М. Найдиш. – К.: Урожай, 1998. – 200 с.
8. Политехнический словарь – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Сов. энцикл., 1989. – 656 с.
9. Рыжов Н.Н. Начертательная геометрия (понятия, их определения и пояснения). – М.: 1993. – 58 с.
10. Справочное руководство по черчению / В.Н. Богданов, И.Ф. Малежик, А.П. Верхола и др. – М.: Машиностроение, 1989. – 864 с.
11. Техническое черчение / Е.И. Годик, В.М. Лысянский, В.Е. Михайленко, А.М. Пономарев. – К.: Вища шк., 1983. – 440 с.
12. Энциклопедия элементарной математики: Геометрия. – Физматгиз, 1963 – 567 с.

## **КОМПОЗИЦИОННЫЙ МЕТОД ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ: ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ**

*А.В. Найдыш, В.М. Верещага, Е.А. Адоньев,*

*Аннотация. Создание композиционного метода геометрического моделирования (КМГМ) стало дальнейшим развитием точечного исчисления Балубы-Найдыша (БН-исчисления). При разработке КМГМ учтены основные преимущества БН-исчисления, а именно: удобная формализация исходных данных; отсутствие необходимости решения систем алгебраических уравнений; решения точечных уравнений в локальных симплексах без привязки к глобальной системе координат; возможность разбиения многомерной задачи на соответствующее количество одномерных задач с последующим объединением результатов; удобная алгоритмизация для компьютерных расчетов. Вместе с тем, разработанный КМГМ имеет ряд своих особенностей и принципов, которые дополняют инструментарий БН-исчисления и расширяют его возможности. Новизной метода являются, в частности: алгоритмы формирования БН-координат и построения Б-кривых; геометрическая БН-интерполяция; геометрические БН-матрицы точек и параметров. Новый метод всегда требует введения новых терминов, требующих однозначных толкований. Это способствует лучшему пониманию сути КМГМ и его места среди других методов геометрического моделирования.*

*Ключевые слова - композиционный метод геометрического моделирования, БН-исчисление, БН-интерполяция, БН-матрица, Б-кривые, Б-поверхности.*

## COMPOSITIONAL METHOD OF GEOMETRICAL MODELING: BASIC DEFINITIONS

*A.V. Naidysh, V.M. Vereshchaga, Y.O. Adoniev*

*Annotation. The creation of a composite method for geometric modeling (KMGM) was a further development of the Baliuba-Naidysh point calculus (BN-calculus). When developing KMGM, the main advantages of the BN-calculus were taken into account, namely: convenient formalization of the initial data; no need to solve systems of algebraic equations; solutions of point equations in local simplexes without reference to the global coordinate system; the possibility of splitting a multidimensional task into an appropriate number of one-dimensional tasks with the subsequent merging of the results; convenient algorithmization for computer calculations. At the same time, the developed KMGM has a number of its features and principles that complement the BN-calculus toolkit and expand its capabilities. The novelty of the method are, in particular: algorithms for generating BN-coordinates and constructing B-curves; geometric BN-interpolation; geometric BN-matrices of points and parameters. A new method always requires the introduction of new terms that require unambiguous interpretations. This contributes to a better understanding of the nature of KMGM and its place among other geometric modeling methods.*

*Keywords - compositional geometric modeling method, BN-calculus, BN-interpolation, BN-matrix, B-curves, B-surfaces.*