

РЕШЕНИЕ ПОЗИЦИОННЫХ ЗАДАЧ МЕТОДОМ БАЗИСНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Мелитопольская школа прикладной геометрии

Таврический государственный агротехнологический университет, Украина

Мелитопольский государственный педагогический университет

им. Б. Хмельницкого, Украина

В данной статье с помощью метода базисных треугольников решается задача взаимного расположения дискретно представленной кривой и прямой линии: определение точки пересечения или касания кривой с прямой линией. Эта задача может быть использована при формировании поверхностей на основе линейчатого каркаса по заданным условиям. Решение задачи предполагает определение области возможного решения исходя из условий, накладываемых на поверхность.

Постановка проблемы. Поверхности, ограничивающие сложные технические изделия, могут быть сформированы на основе дискретного линейчатого каркаса. Дифференциально-геометрические характеристики поверхности определяются характеристиками линий, которые являются линейными элементами каркаса. При формировании поверхностей по заданным условиям такими характеристиками могут быть: отсутствие осцилляции, заданный порядок гладкости, динамика изменения положений касательных и значений радиусов кривизны вдоль кривых и т.д. В случае, если поверхность задана сетчатым каркасом, возникает необходимость согласования характеристик кривых, принадлежащих различным семействам. При использовании в качестве элементов каркаса дискретно представленных кривых (ДПК) естественным является использование соответствующих методов дискретного геометрического моделирования, а именно вариативного дискретного геометрического моделирования (ВДГМ). В этом случае согласование характеристик кривых, принадлежащих разным семействам, будет решаться в рамках соответствующего метода ВДГМ (в нашем случае это метод базисных треугольников) в терминах и средствах этого метода, исходя из алгоритма метода. Таким образом, актуальным является решение методом базисных треугольников следующих позиционных задач: определение точки пересечения ДПК с прямой линией, определение касательной к ДПК.

Анализ последних исследований и публикаций. ВДГМ предполагает формирование обвода в виде сколь угодно большого количества точек, получаемых в результате последовательных сгущений исходного точечного ряда [2]. Положения точек геометрического образа назначаются внутри диапазонов возможного расположения, определяемых исходя из условий

задачи.

В работах [3, 4] предложен способ определения положений касательных к ДПК в исходных точках и точках, получаемых в результате сгущения. Положения касательных назначаются внутри диапазонов, обеспечивающих выполнение условий, накладываемых на кривую: отсутствие осцилляции, второй порядок гладкости, монотонное изменение радиусов кривизны. Данный способ не предусматривает определение положения прямой, которая касательна с ДПК в произвольной точке.

Для расширения перечня задач, при решении которых может применяться метод базисных треугольников, необходимо решить задачи взаимного расположения ДПК и прямой линии.

Формулирование целей и задач статьи. Целью статьи является разработка алгоритмов, позволяющих решать следующие позиционные задачи:

- определение точки пересечения ДПК с прямой линией;
- определение касательной к ДПК в произвольной точке.

Основная часть. Пусть ДПК задана в исходной декартовой системе координат координатами принадлежащих ей точек. Определим точку пересечения ДПК с произвольной прямой l .

Для решения поставленной задачи определяются точки пересечения прямой l с границами области возможного расположения кривой, определяемой исходя из условий, накладываемых на кривую (отсутствие осцилляции, второй порядок гладкости, монотонное изменение радиусов кривизны вдоль кривой). Отрезок прямой, ограниченный полученными точками, определяет диапазон возможного расположения искомой точки (точки Q). В процессе последовательных сгущений этот диапазон уменьшается. Если величина диапазона меньше заданного значения, то положение точки Q назначается по центру диапазона.

Участок, на котором ДПК пересекается с прямой l , определяется хордой исходной сопровождающей ломаной линии (СЛЛ), которую пересекает эта прямая. Пусть l пересекает хорду $[i; i+1]$ в точке L (рис. 1). Точку L будем рассматривать как точку пересечения прямой и ДПК в первом приближении.

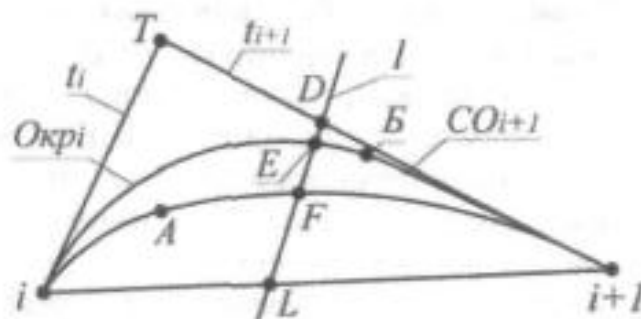


Рис. 1

Так как на кривую накладывается условие отсутствия осцилляции, то формируемая кривая на участке $i...i+1$ располагается внутри базисного

треугольника (БТ) $(i; T; i+1)$ [2]. Базисный треугольник ограничен касательными, проходящими через соседние точки ДПК (t_i и t_{i+1}) и хордой, соединяющей эти точки ($[i; i+1]$). Точка Q расположена внутри отрезка, ограниченного точками пересечения прямой l со сторонами БТ.

Пусть прямая l пересекает сторону БТ $[T; i+1]$ в точке D . Отрезок $[L; D]$ является диапазоном возможного расположения точки пересечения прямой с ДПК. Если величина отрезка $[L; D]$ превышает заданную точность определения точки Q , то диапазон уточняется исходя из условия монотонного изменения радиусов кривизны вдоль ДПК.

Уточненный диапазон расположения точки Q ограничен точками пересечения прямой с верхней и нижней границами области расположения ДПК (E и F). Область расположения кривой ограничена коробовыми линиями окружностей [1]:

- нижняя граница состоит из дуги $i - A$ соприкасающейся окружности в точке i (CO_i) и дуги $A - i + 1$ окружности, касательной с t_{i+1} в точке $i + 1$ и с CO_i ;

- верхняя граница состоит из дуги $B - i + 1$ соприкасающейся окружности в точке $i + 1$ (CO_{i+1}) и дуги окружности, касательной с t_i в точке i и с CO_{i+1} .

Величина диапазона расположения точки пересечения прямой l и ДПК определяется длиной отрезка $[E; F]$.

В процессе последовательных сгущений диапазон $[E; F]$ уменьшается. При достижении диапазона, величина которого меньше заданной точности решения задачи, точка Q назначается по его центру.

Рассмотрим задачу определения положения прямой, касательной к ДПК в произвольной точке. Возможны следующие варианты постановки задачи:

- касательная проходит через заданную точку, не принадлежащую ДПК;
- касательная к ДПК параллельна заданной прямой.

В качестве предварительного положения касательной к ДПК (t_p), которая проходит через заданную точку $P(x_p; y_p)$, назначается прямая, которая определяется точкой P и точкой исходного ряда таким образом, что все остальные точки ДПК располагаются по одну сторону от назначенного положения t_p (рис. 2, а).

Для определения предварительного положения t_p предлагается следующая схема:

- назначается локальная система координат, начало которой совпадает с точкой P , а ось абсцисс Px' направлена перпендикулярно одному из звеньев исходной СЛЛ, например $[i; i+1]$;

- в указанной системе координат предварительное положение t_p – это прямые, проходящие через точку P и исходные точки ДПК таким образом, чтобы углы между назначенными положениями t_p и осью Px' были максимальными.

Если прямая l не пересекает ДПК, то предварительное положение касательной к ДПК (t_l) – прямая, параллельная l и проходящая через наиболее близко расположенную к ней исходную точку ДПК, в противном случае – наиболее удаленную точку от прямой l .

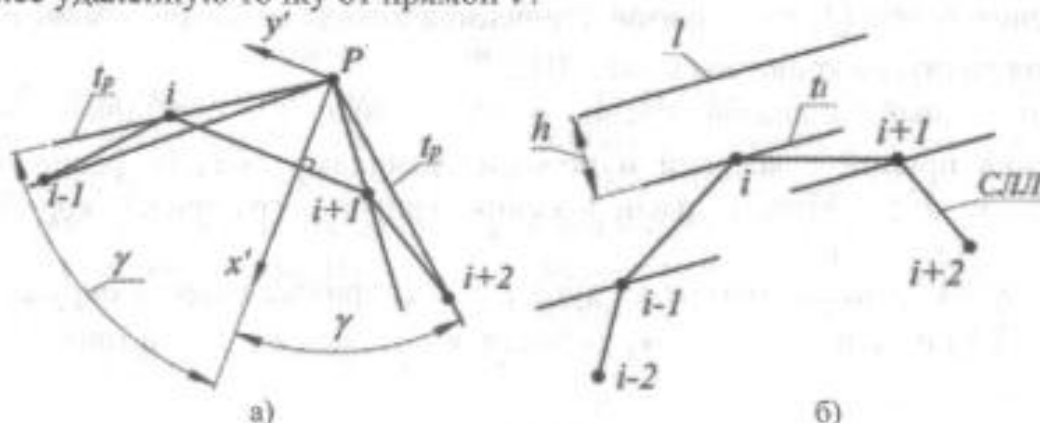


Рис. 2

В процессе последовательных сгущений положение касательной к ДПК уточняется исходя из положений точек сгущения, назначенных на предыдущем и последующем участке ДПК относительно предварительной точки касания (i).

Погрешность, с которой назначенное положение t_p представляет касательную к ДПК (δ_p), оценивается величиной угла между t_p и прямой, проходящей через точку P и касательной с верхней границей области возможного расположения ДПК на участке $i..i+1$ (на рис. 1 это коробовая линия $i-B-i+1$).

Аналогично, погрешность, с которой назначенная прямая t_l представляет касательную к ДПК (δ_l), оценивается расстоянием между t_l и прямой, параллельной l и касательной с верхней границей области расположения ДПК на участке.

Положение касательной к ДПК будем считать определенным в случае, если величина δ_p или δ_l не превышает заданной величины.

Выводы. В результате исследований решены позиционные задачи:

- определение точки пересечения ДПК с прямой линией;
- определение положения прямой произвольного направления касательной к ДПК.

Область возможного решения определяется в процессе последовательных сгущений исходя из следующих условий, накладываемых на ДПК: отсутствие осцилляции, второй порядок гладкости и монотонное изменение радиусов кривизны вдоль кривой.

Предложенные алгоритмы позволяют согласовывать характеристики

кривых, задающих дискретный сетчатый каркас поверхности. Это дает возможность обеспечивать в процессе последовательных сгущений пересечение ДПК, которые принадлежат различным семействам линий, и управлять динамикой изменения положений касательных вдоль поверхности. Предложенные алгоритмы расширяют аппарат ВДГМ для формирования поверхностей по заданным условиям.

Перспективой дальнейших исследований является разработка алгоритмов позволяющих решать прикладные задачи: формирование ДПК заданной длины, формирование эквидистантной кривой.

Литература

1. *Гавриленко Є.А.* Визначення діапазонів геометричних характеристик монотонної дискретно представленної кривої / Є.А. Гавриленко, Ю.В. Холодняк // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. Вип. 4. Прикладна геометрія та інженерна графіка – Т.54. – Мелітополь: ТДАТУ, 2012. – С. 38-42.

2. *Найдиш В.М.* Основи прикладної дискретної геометрії / В.М. Найдиш, В.М. Верещага, А.В. Найдиш, В.М. Малкіна. - Мелітополь: Люкс, 2007. – 193 с.

3. *Холодняк Ю.В.* Визначення діапазонів положення дотичних при моделюванні монотонної дискретно представленної кривої / Прикладна геометрія та інженерна графіка. Вип. 90 – К.: КНУБА 2012, – С. 367-371

4. *Холодняк Ю.В.* Формування ділянки дискретно представленної кривої із монотонною зміною кривини / Ю.В. Холодняк // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. Вип. 4. Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Т. 57. – Мелітополь: ТДАТУ, 2013. – С.211-216.

РОЗВ'ЯЗАННЯ ПОЗИЦІЙНИХ ЗАДАЧ МЕТОДОМ БАЗИСНИХ ТРИКУТНИКІВ

Ю.В. Холодняк, А.В. Найдиш, В.О. Пахаренко, Є.А. Гавриленко

У даній статті за допомогою методу базисних трикутників розв'язується задача визначення взаємного розташування дискретно представленної кривої та прямої лінії: визначення точки перетину або торкання кривої з прямою. Ця задача може бути використана при формуванні поверхонь на основі лінійчатого каркасу за заданими умовами. Розв'язання задачі передбачає визначення області можливого розв'язку виходячи з умов, що накладаються на поверхню.

THE DECISION OF THE POSITIONAL TASKS BY THE METHOD OF BASIS TRIANGLES

Yuliya V. Kholodnyak, Andrey V. Haydysh, Valeriy A. Paharenko, Eugene A. Gavrilenko

The problem of determining of the mutual arrangement of discretely represented curve and the straight line (the definition of the point of intersection or tangency with a straight line) using the method of basis triangles is solved in this article. This task can be used to modeling of surfaces on the basis of the line frame according to the given data. The solution of task involves determining the area of possible solution proceeding from given data which are imposed to the surface.