

УДК 514.18

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА СГУЩЕНИЯ НА ОСНОВЕ ВАРИАТИВНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ УГЛОВЫХ ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЛОПАТКИ ОСЕВОГО КОМПРЕССОРА

Найдыш Андрей Владимирович
доктор технических наук, профессор

Спиринцев Дмитрий Васильевич
кандидат технических наук, доцент

Лебедев Владимир Александрович
кандидат технических наук, доцент

Дубинина Елена Владимировна

*Мелитопольская школа прикладной геометрии
Мелитопольский государственный педагогический университет
имени Богдана Хмельницкого
Мелитополь, Украина*

USING THE METHOD DISCRETE INTERPOLATION BASED ON VARIABLE FORMATION DIFFERENCE SCHEMES OF ANGULAR PARAMETERS FOR GEOMETRIC MODELING OF AXIAL COMPRESSOR SHAFT

Najdysh Andrey Vladimirovich
Doctor of Technical Sciences, professor

Spirintsev Dmitry Vasilievich
Candidate of Technical Sciences, docent

Lebediev Volodymyr Alexandrovich
Candidate of Technical Sciences, docent

Dubinina Olena Vladimirovna

*Melitopol School of Applied Geometry
Bogdan Khmelnytsky Melitopol State Pedagogical University
Melitopol, Ukraine*

АННОТАЦИЯ

В статье описан основной алгоритм метода сгущения дискретно представленных кривых на основе вариативного формирования разностных схем угловых параметров, его основные преимущества, а также рассмотрено его применение для геометрического моделирования лопатки осевого компрессора, используя методику профилирования.

Ключевые слова: вариативное дискретное геометрическое моделирование, метод сгущения, основной алгоритм, угловые параметры, лопатка компрессора.

ABSTRACT

The article describes the main algorithm of the method of condensation of discretely represented curves based on the variable formation of difference schemes of angular parameters, its main advantages, and also its application for geometrical modeling of an axial compressor blade using the profiling technique.

Keywords: variative discrete geometric modeling, method discrete interpolation, basic algorithm, angular parameters, compressor blade.

Увеличение спектра исследуемых явлений и процессов, опирающихся на практические потребности, влечёт за собой рост и широкое разнообразие существующих геометрических моделей. Уровень сложности задач, которые перед нами ставит произ-

водство, показал в ряде случаев несостоятельность известных методов геометрического моделирования, а появление высокопроизводительной вычислительной техники и высокотехнологичного оборудования со специализированным программным

обеспечением привело к переосмыслению самого процесса проектирования производства. Ведущую роль при этом стал играть процесс моделирования, как один из мощных инструментов описания и исследования какого-либо процесса или явления. Использование геометрических средств и аппарата геометрического моделирования к процессу моделирования значительно расширило область применения полученных при этом геометрических моделей.

Одним из способов геометрического моделирования является интерполяция, которая находит широкое применение в научных исследованиях и инженерной практике [1,2]. Стремительное внедрение вычислительной техники во все сферы научной и производственной деятельности требует разработки адекватных методов дискретной обработки информации, которые в максимальной степени учитывают дискретный характер вычислительных процессов в ЭВМ, а также дискретный характер работы исполнительных механизмов и устройств вывода графической информации. Поэтому проблема заключается в разработке новых способов дискретной интерполяции ДПК, которые владели бы в значительной быстродействием и простотой расчетов, а также соответствием внутренней геометрии исходной ДПК.

Анализ известных методов [1-7] показал, что методы непрерывного геометрического моделиро-

вания опираются на заранее определенный класс функций. Это приводит к замене дифференциально-геометрических характеристик ДПК на характеристики этих функций и не исключает влияния свойств моделирующей функции на результат моделирования. Указанных выше недостатков лишены методы дискретной интерполяции [1,4,6], которые помимо того, что гарантируют отсутствие осцилляции и имеют широкие возможности локальной коррекции решения, обладают простотой расчетных алгоритмов и их программной реализации. Проведенные в рамках вариативного дискретного геометрического моделирования (ВДГМ) исследования [1-6], показали эффективность разработанных методов дискретной интерполяции для решения подобных задач. Однако, наряду с имеющимися преимуществами, разработанные на сегодня методы ВДГМ, еще имеют перспективы дальнейшего развития и исследований которые были рассмотрены в работах Найдиша В.М. и его учеников, в направлении расширения возможностей управления формой моделируемой кривой и осуществлении её локальной коррекции.

Рассмотрим фрагмент точечного ряда ДПК выпуклого вверх, заданного координатами $(x_i, y_i), i = 0; n$ в глобальной системе координат (рис. 1).

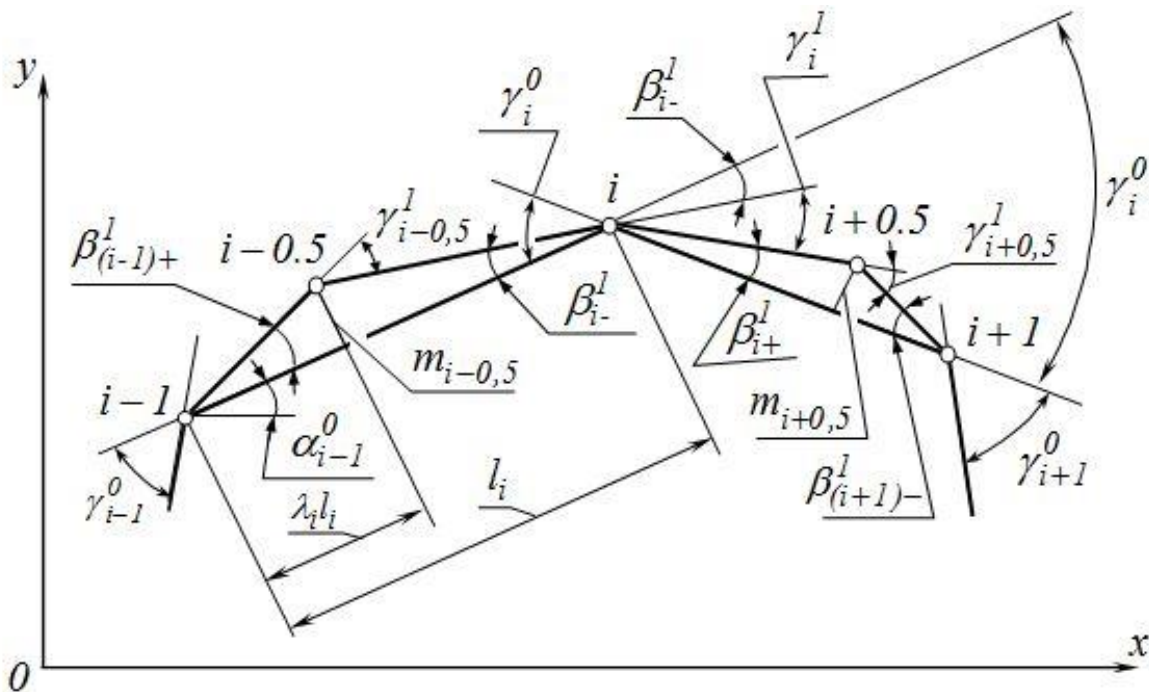


Рис. 1. Общая схема сгущения.

Согласно алгоритма построения [3], точка сгущения $(i + 0.5)$ является результатом пересечения лучей, проведенных из соседних узлов i и $i + 1$ под соответствующими углами β_{i+}^1 и $\beta_{(i+1)-}^1$ к звену $(i, i + 1)$ (рис. 1). Здесь, верхний индекс означает номер шага сгущения, нижний индекс i (или

$(i + 1)$) означает номер узла, к которому относится построенный луч. Знак “+” или “-” означает, что луч идет в направлении обхода (+) или против направления обхода (-). Иначе, предшествует углу (-) или исходит из него (+). Углы β_{i+}^1 и $\beta_{(i+1)-}^1$ – углы между звеньями сгущенной и исходной СЛЛ, участву-

ющие в построении точек сгущения, в работе [3] были названы **углами сгущения** (рис. 1).

Исходя из условия отсутствия осцилляции, в точке сгущения ($i + 0,5$) и в соседних узловых точках (i и $i + 1$) должно соблюдаться условие (1) [1]:

$$\beta_{i-}^1 + \gamma_i^1 + \beta_{i+}^1 = \gamma_i^0, \quad i = \overline{1; n-1}, \quad (1)$$

где γ_i^0, γ_i^1 – углы смежности между двумя звеньями СЛЛ на нулевом и первом шагах сгущения (индекс вверх) в i -м узле ДПК; $\beta_{i-}^1, \beta_{i+}^1$ – углы сгущения в i -м узле ДПК.

Использование различных дополнительных условий возможно на основе использования **основного алгоритма** расчета координат точек сгущения методом вариативного формирования разностных схем угловых параметров, заключающийся в следующем

1. Определяются геометрические характеристики исходной ДПК:

– длины звеньев l_i :

$$l_i = \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2}, \quad i = \overline{1; n}; \quad (2)$$

– углы смежности γ_i^0 в узлах до сгущения

$$\gamma_i^0 = \pm \arccos \left(\frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{\sqrt{(a_1^2 + b_1^2) \cdot (a_2^2 + b_2^2)}} \right), \quad (3)$$

$$i = \overline{1, n-1};$$

где «+» – для выпуклой ДПК ($\gamma_i^0 < 0, i = \overline{0; n}$);

«-» – для вогнутой ДПК ($\gamma_i^0 > 0, i = \overline{0; n}$);

a_1, a_2, b_1, b_2 – коэффициенты уравнений прямых, на которых лежат звенья ($i-1, i$) и ($i, i+1$),

$i = \overline{1, n-1}$ соответственно;

$$a_1 = y_{i+1} - y_i; \quad b_1 = x_i - x_{i+1};$$

$$a_2 = y_i - y_{i-1}; \quad b_2 = x_{i-1} - x_i,$$

где $x_{i-1}, y_{i-1}, x_i, y_i$ и x_{i+1}, y_{i+1} – координаты точек $i-1, i, i+1$ исходной ДПК.

– углы смежности в первом γ_0^0 и последнем

γ_n^0 узлах звеньев исходной ДПК:

– для незамкнутой кривой

$$\gamma_0^0 = \gamma_1^0, \quad \gamma_n^0 = \gamma_{n-1}^0; \quad (4)$$

– для замкнутой кривой

$$\gamma_0^0 = \gamma_n^0 = \pm \arccos \left(\frac{((x_1 - x_{n-1})^2 + (y_1 - y_{n-1})^2) - l_1^2 - l_n^2}{2 \cdot l_1 \cdot l_n} \right); \quad (5)$$

– угол наклона α_0 первого звена к оси Ox

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_0 = \arcsin \frac{y_1 - y_0}{[0,1]}, \\ \text{если } \Delta x_1 = [x_1 - x_0] > 0; \\ \alpha_0 = -180^\circ - \arcsin \frac{y_1 - y_0}{[0,1]}, \\ \text{если } \Delta x_1 = [x_1 - x_0] < 0. \end{array} \right. \quad (6)$$

– углы $\alpha_i, i = \overline{1, n-1}$

$$\alpha_i = \gamma_i + \alpha_{i-1}, \quad i = \overline{1, n-1}. \quad (7)$$

2. На основании полученных значений угловых характеристик исходной ДПК, с учётом дискретных геометрических характеристик ДПК, делается вывод относительно её вида (выпуклая, вогнутая, содержит прямолинейные или переходные участки).

3. Определяются значения коэффициентов η_i :

$$\eta_i = \frac{\gamma_i^0}{\gamma_i^0 + \gamma_{i+1}^0}, \quad i = \overline{0; n-1}. \quad (8)$$

4. Рассчитываются углы смежности $\gamma_i^1, i = \overline{1; n-1}$ и $\gamma_{i-0,5}^1, i = \overline{1; n}$ звеньев сгущённой ДПК, определяемые в результате решения разностных схем, полученных при наложении различных условий на соотношение углов смежности. Например, если принять следующее условие (9), которое заключается в том, что углы сгущения β_{i+}^1 и $\beta_{(i+1)-}^1$ составляют некоторую заданную часть от угла смежности в точке сгущения $\gamma_{i+0,5}^1$, то получим следующее условие:

$$\beta_{i+}^1 = \eta_i \gamma_{i+0,5}^1, \quad i = \overline{1; n-1}, \quad (9)$$

$$\beta_{(i+1)-}^1 = (1 - \eta_i) \gamma_{i+0,5}^1,$$

В результате подстановки данного выражения в (1) получим следующую **вариативную схему сгущения ДПК на основе угловых параметров**:

$$(1 - \eta_{i-1}) \gamma_{i-0,5}^1 + \gamma_i^1 + \eta_i \gamma_{i+0,5}^1 = \gamma_i^0, \quad (10)$$

$$i = \overline{1; n-1}.$$

Значения углов смежности в первом и последнем узлах после сгущения для не замкнутой кривой определяются из выражений (11), (12), для замкнутой кривой из выражения (13)

$$\gamma_0^1 = \gamma_0^0 - \eta_0 \cdot \gamma_{0,5}^1; \quad (11)$$

$$\gamma_n^1 = \gamma_n^0 - (1 - \eta_{n-1}) \cdot \gamma_{n-0,5}^1; \quad (12)$$

$$\gamma_0^1 = \gamma_n^1 = \gamma_n^0 - (1 - \eta_{n-1}) \cdot \gamma_{n-0,5}^1 - \eta_0 \cdot \gamma_{0,5}^1. \quad (13)$$

5. Рассчитываются геометрические характеристики сгущённой ДПК.

– коэффициенты λ_i (отношение проекций длин звеньев СЛЛ слева и справа от точек сгущения на соответствующие хорды):

$$\lambda_i = \frac{tg[(1-\eta_{i-1})\gamma_{i-0,5}^1]}{tg(\eta_{i-1} \cdot \gamma_{i-0,5}^1) + tg[(1-\eta_{i-1})\gamma_{i-0,5}^1]}, \quad (14)$$

$$i = \overline{1; n},$$

– находятся превышения точек сгущения над соответствующими хордами:

$$m_{i-0,5}^1 = -l_i \cdot \lambda_i \cdot tg(\eta_{i-1} \cdot \gamma_{i-0,5}^1), \quad (15)$$

$$i = \overline{1; n},$$

– определяются углы наклона звеньев сгущённой СЛЛ ДПК к оси ОХ:

$$\alpha_i^1 = \alpha_i - \eta_i \cdot \gamma_{i+0,5}^1,$$

$$\alpha_{i+0,5}^1 = \alpha_i + (1-\eta_i) \cdot \gamma_{i+0,5}^1, \quad (16)$$

$$i = \overline{0; n-1}, i = \overline{1; n-1},$$

– определяются координаты точек сгущения:

$$x_{i-0,5}^1 = x_{i-1} + \sqrt{(l_i \cdot \lambda_i)^2 + (m_{i-0,5}^1)^2} \cdot \cos(\alpha_{i-1}^0 - \eta_{i-1} \cdot \gamma_{i-0,5}^1),$$

$$y_{i-0,5}^1 = y_{i-1} + \sqrt{(l_i \cdot \lambda_i)^2 + (m_{i-0,5}^1)^2} \cdot \sin(\alpha_{i-1}^0 - \eta_{i-1} \cdot \gamma_{i-0,5}^1), \quad (17)$$

$$i = \overline{1; n}.$$

6. Критерием окончания сгущения является достижение условия (19) на k-м шаге сгущения:

$$\max|\gamma_{i+0,5}^1| \leq \varepsilon, \quad i = \overline{0; n-1}, \quad (18)$$

где $\varepsilon \geq 0$ - как угодно малое наперед заданное число.

При необходимости продолжения сгущения, точки ряда перенумеровываются и расчет повторяется. При достижении условия (18) точки сгущенного ряда соединяются отрезками сопровождающей ломаной линии (СЛЛ), которая и считается окончательной формой интерполяционной кривой.

Использование данного метода сгущения в процессе геометрического моделирования позволяет:

– пошагово осуществлять глобальное согласованное сгущение ДПК на неравномерной сетке за счет вариации значений управляющих параметров в области многоугольника решений, формируя глобальное согласованное сгущение всей ДПК;

– осуществлять локальную коррекцию любого отдельно взятого звена исходной ДПК за счет варьирования, в пределах диапазона допустимых зна-

чений, введенного в работе коэффициента соотношения угловых параметров;

– использовать геометрические параметры исходной ДПК, их положение относительно осей координат, а так же их взаимное расположение в процессе сгущения;

– увеличить влияние исходной информации на процесс сгущения за счет увеличения количества управляющих параметров;

– удовлетворять дополнительным условиям на соотношение углов смежности в предложенной вариативной схеме с целью получения новых возможностей в моделировании и управлении формой моделируемой кривой;

– значительно сократить процесс расчётов и снизить затраты времени для получения результата. Рассмотрим применения описанного выше метода на примере моделирования геометрической модели лопатки осевого компрессора. В качестве базовой принимается методика профилирования [8,9], основанная на распределении по высоте проточной части определенного числа плоских сечений. При использовании традиционных методик для сглаживания обводов спинки и корытца профиля лопатки применяются методы непрерывного геометрического моделирования такие как кривые Безье, В-сплайны и т.д. Однако, эти методы не всегда в состоянии обеспечить гарантию отсутствия осцилляции, в результате чего, невозможно гарантировать обеспечение требуемой точности моделирования. К тому же, они не позволяют проводить эффективную локальную коррекцию решения и управления формой моделируемой кривой.

Рассмотрим плоский сечение лопатки компрессора осевого типа (рис. 2). При профилировании плоских сечений пера лопатки компрессора исходными данными являются [9]: координаты теоретического профиля лопатки, которые описывают спинку и корытце заданные дискретной совокупности точек; координаты центров и радиусы дуг окружностей, описывающих входные и выходные кромки профилей.

Применим вариативного формирования различных схем угловых параметров для решения задачи сгущения профиля лопатки. Для этого используем следующую методику:

1. Определим координаты четырех дополнительных точек профиля лопатки компрессора (рис.3, рис.4);

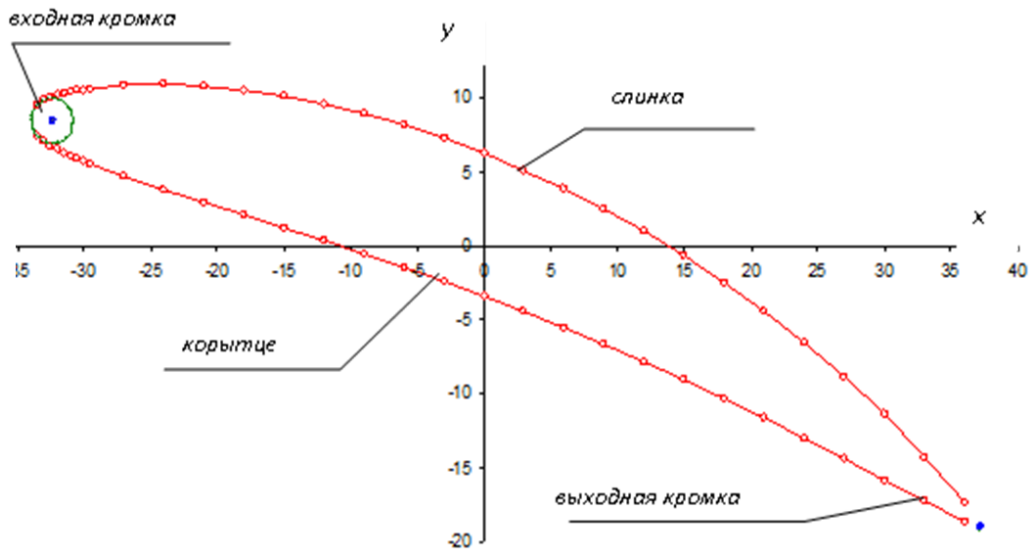


Рис. 2 Сечение профиля лопатки компрессора (исходные данные)

2. Соединяем звеньями все точки теоретического профиля (с учетом дополнительных точек). В результате получим некоторую замкнутую СЛЛ ДПК;

3. Осуществляем процесс сгущения исходной СЛЛ ДПК согласно основного алгоритма сгущения с учетом особенностей в геометрии профиля лопатки компрессора [10,11].

На рис.2 и 3 в увеличенном масштабе представлены фрагменты профиля лопатки в районе входной и выходной кромки.

Координаты точек B_1 и B_2 , которые разместим на входной и выходной кромках соответственно (рис.3, 4) определим из выражений:

$$\begin{aligned} x_{B_1} &= x_{O_1} - R_1, y_{B_1} = y_{O_1}, \\ x_{B_2} &= x_{O_2} + R_2, y_{B_2} = y_{O_2}, \end{aligned} \quad (19)$$

где $x_{O_1}, y_{O_1}, x_{O_2}, y_{O_2}$ – координаты центров входной и выходной кромки соответственно в глобальной системе координат Oxy ; R_1, R_2 – радиусы входной и выходной кромки соответственно.

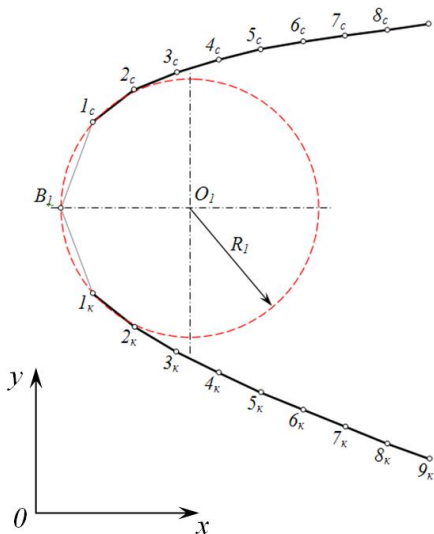


Рис. 3 Фрагмент входной кромки

Координаты точки 32 спинки и корытца (32_C и 32_K) определим как касательные, проведенные от последних точек профиля спинки и корытца (31_C и 31_K) к окружности выходной кромки. Численные значения координат определим используя известные методы аналитической геометрии в результате решения системы уравнений (20), (21):

$$\begin{cases} l_{31_C-32_C} = \sqrt{(x_{32_C} - x_{31_C})^2 + (y_{32_C} - y_{31_C})^2} \\ R_2 = \sqrt{(x_{32_C} - x_{O_2})^2 + (y_{32_C} - y_{O_2})^2} \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{cases} l_{31_K-32_K} = \sqrt{(x_{32_K} - x_{31_K})^2 + (y_{32_K} - y_{31_K})^2} \\ R_2 = \sqrt{(x_{32_K} - x_{O_2})^2 + (y_{32_K} - y_{O_2})^2} \end{cases} \quad (21)$$

где $l_{31_C-32_C}, l_{31_K-32_K}$ – длины звеньев ($31_C, 32_C$) и ($31_K, 32_K$) соответственно

$$l_{31_C-32_C} = \sqrt{(x_{O_2} - x_{31_C})^2 + (y_{O_2} - y_{31_C})^2 - R_2^2} \quad (22)$$

$$l_{31_K-32_K} = \sqrt{(x_{O_2} - x_{31_K})^2 + (y_{O_2} - y_{31_K})^2 - R_2^2} \quad (23)$$

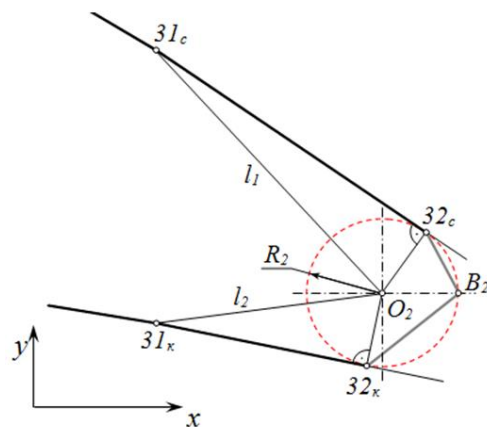


Рис. 4. Фрагмент выходной кромки

В результате получено координаты точек B_1 , B_2 , $32_C, 32_K$, которые включаем в исходные данные для осуществления сгущения плоского сечения профиля лопатки методом вариативного формирования разностных схем угловых параметров.

Как показывают результаты расчетов [12], диапазон геометрических углов определяет допуск на изготовление входящей и исходящей кромок не

более чем $\pm 0,02...0,03$ мм. Поэтому нами было сделано сравнительный анализ профилей сечения лопатки вблизи входной кромки (рис.5), которые были рассчитаны по традиционной (базовой), описанной уравнением круга, и предложенной в работе методике. Результаты сравнительного анализа приведены в таблице 1.

Таблица 1

Сравнительный анализ профиля в районе входной кромки

№ точки	Базовая методика		Предложенная методика		Разница	
	X	Y	X	Y	Δ ,мм	%
1 _к	-33,500436	7,426000	-33,500000	7,426000	-0,000436	0,1302%
1	-33,735490	7,787417	-33,723476	7,787417	-0,012014	3,5612%
2	-33,805278	7,966064	-33,796698	7,966064	-0,008580	2,5380%
3	-33,856983	8,179360	-33,850989	8,179360	-0,005995	1,7706%
B ₁	-33,878000	8,432000	-33,878000	8,432000	0,000000	0,0000%
4	-33,852518	8,709984	-33,855181	8,709984	0,002663	-0,7868%
5	-33,801173	8,910575	-33,809349	8,910575	0,008176	-2,4187%
6	-33,718263	9,112412	-33,709701	9,112412	-0,008561	2,5390%
1 _с	-33,499562	9,439000	-33,500000	9,439000	0,000438	-0,1309%

Из таблицы 1 видно, что разницы ординат в полученных точках сгущения и точках на круге не превышают допустимых норм.

Выводы. В статье описан основной алгоритм метода сгущения на основе вариативного формирования разностных схем угловых параметров. Рассмотрено его применение данного метода для геометрического моделирования лопатки осевого компрессора используя методику профилирования. Полученные результаты доказали работоспособность метода, поэтому его целесообразно использовать при построении геометрических моделей явлений и процессов с наперед заданными дифференциально геометрическими характеристиками. Дальнейшие исследования предложенных исследований целесообразно проводить в направлении увеличения числа дополнительных параметров с целью удовлетворения дополнительным условиям моделирования, а так же для решения различных прикладных задач геометрического моделирования, обусловленных потребностями производства.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Верещага В.М., Щербина В.М. Дискретное моделирование замкнутых кривых // Мелит. ин-т механ. с. хоз-ва. – Мелитополь, 1994. Деп. в ГНТБ Украины 20.04.94 г., №803-Ук 94.
2. Щербина В.М. Геометрическое моделирование спиралевидных дискретно представленных кривых линий: дисс. ... к-та. техн. наук: – Мелитополь, ТГАТА, 2003, – 192с.
3. Лебедев В.О. Дискретна інтерполяція дискретно представлених кривих ліній на основі кутів згущення: автореф. дис. ... канд. техн. наук: – Мелітополь, ТДАТА. 2004. –22с.
4. Спиринцев В.В. Дискретная интерполяция дискретно представленных кривых линий на основе заданного закона изме-

нения угловых параметров: дисс. ... к-та. техн. наук: – Мелитополь, ТГАТА, 2006, – 163с.

5. Найдих В.М., Найдих А.В., Лебедев В.О. Використання кутових параметрів при згущенні дискретно представлених кривих // Матеріали міжнародної наук. - практ. конф. "Сучасні проблеми геометричного моделювання". – Львів, 2003. – С. 23–25.

6. Найдих В.М., Верещага В.М., Найдих А.В., Малкіна В.М. Основи прикладної дискретної геометрії [навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів III-IV рівнів акредитації] – Мелітополь: ТДАТУ, 2007. – 194с.

7. Спиринцев Д.В. Дискретная интерполяция на основе вариативного формирования разностных схем угловых параметров: дисс. ... канд. техн. наук: Мелітополь, ТГАТУ, 2010. – 214 с.

8. Борисенко В.Д. Геометричне моделювання лопаткових апаратів нагнітальних і розширювальних турбомашин різного конструктивного оформлення: Дис...д-ра техн. наук: 05.01.01 – Миколаїв, 2001. – 359 с.

9. Спінин В.Є. Геометричне моделювання компресорних лопаткових апаратів. Дис... кан. Техн. наук: 05.01.01. – Миколаїв, 2005. – 182 с.

10. Найдих А.В., Спиринцев Д.В. Дискретна інтерполяція перехідних ділянок ДПК на основі розв'язання різницевої схем // Праці / Таврійська державна агротехнічна академія. Випуск 37 «Прикладна геометрія та інженерна графіка». – Мелітополь: ТДАТА, 2008. – С.3-8.

11. Спиринцев Д.В. Згущення прямолінійних ділянок ДПК на основі вариативного формування різницевої схем кутів параметрів // Праці / Таврійський державний агротехнологічний університет. Випуск 39 «Прикладна геометрія та інженерна графіка». – Мелітополь: ТДАТУ, 2008. – С.155-161.

12. Спиринцев В.В. Геометричне моделювання профілів плоских перері-зів компресорних лопаток на основі заданого закону зміни кутів параметрів. Праці / Таврійського державного агротехнологічного університету. – Вип. 4, – Т. 37. – Мелітополь: ТДАТУ, 2008, С. 98 – 104.