

УДК 514.18

ФОРМИРОВАНИЕ ОБВОДОВ С ЗАДААННЫМИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ

Холодняк Ю.В., к.т.н.,

Гавриленко Е.А., к.т.н.

Мелитопольская школа прикладной геометрии

Таврический государственный агротехнологический университет

(г. Мелитополь, Украина)

Дубинина А.В., аспирант*

Мелитопольский государственный педагогический университет

имени Богдана Хмельницкого

В работе предложен алгоритм формирования обвода второго порядка гладкости с монотонным изменением радиусов кривизны, вдоль которого скорость изменения радиусов кривизны изменяется непрерывно.

Ключевые слова: дискретно представленная кривая (ДПК), радиус кривизны, порядок гладкости, скорость изменения радиусов кривизны.

Постановка проблемы. Поверхности, ограничивающие сложные технические изделия, могут быть сформированы на основе дискретного линейчатого каркаса. Дифференциально-геометрические характеристики поверхности определяются характеристиками линий, которые являются линейными элементами каркаса. При формировании поверхностей по заданным условиям такими характеристиками могут быть: отсутствие осцилляции, заданный порядок гладкости, динамика изменения положений касательных и значений радиусов кривизны вдоль кривых.

Анализ последних исследований и публикаций. Широкие возможности для формирования линейных элементов каркаса поверхностей дает вариативное дискретное геометрическое моделирование, которое предполагает формирование обвода в виде сколь угодно большого количества точек, получаемых в результате последовательных сгущений исходного точечного ряда [1]. Положения точек геометрического образа назначаются внутри диапазонов возможного расположения, определяемых исходя из условий задачи.

В работе [4] разработан алгоритм моделирования обводов с

*Научный руководитель – к.т.н., доцент Гавриленко Е.А.

монотонным изменением радиусов кривизны. Исходными данными является упорядоченный точечный ряд, который представляет дискретно представленную кривую (ДПК) и условия, накладываемые на обвод: отсутствие осцилляции, второй порядок гладкости, монотонное изменение радиусов кривизны вдоль обвода. Обвод формируется внутри базисных треугольников (БТ), ограниченных касательными, проходящими через точки ДПК, и отрезками, соединяющими последовательные точки. Алгоритм предполагает формирование цепочки из минимального числа БТ, которые в общей точке обеспечивают равные значения радиусов кривизны и эти значения изменяются монотонно вдоль обвода.

Основное назначение ДПК, формируемых разрабатываемым методом, – использование в качестве линейных элементов каркаса при моделировании динамических поверхностей, функциональное назначение которых – взаимодействие со средой. Обеспечение второго порядка гладкости и монотонного изменения радиусов кривизны вдоль линейных элементов каркаса поверхностей способствует ламинарному характеру обтекания этих поверхностей средой [2]. Дальнейшее улучшение динамических качеств поверхностей можно обеспечить за счет наращивания условий, накладываемых на линейные элементы модели: увеличения порядка гладкости обвода, обеспечения непрерывного графика скорости изменения радиусов кривизны вдоль обвода.

В работе [3] предложен критерий для оценки скорости изменения радиусов кривизны в точках ДПК. Оценка проводится на основе цепочки базисных треугольников, которые определяют ДПК второго порядка гладкости с монотонным изменением радиусов кривизны.

Формулировка целей статьи. Целью данного исследования является разработка методики уточнения области расположения точки сгущения в случае, если на кривую накладывается дополнительное условие – непрерывность скорости изменения радиусов кривизны.

Основная часть. Рассмотрим участок ДПК $i \dots i+1$, в граничных точках которого $БТ(i, T, i+1)$ определяет назначенные значения радиусов кривизны и значения скорости изменения радиусов

кривизны $\overset{\rightarrow}{\sigma}_i, \overset{\leftarrow}{\sigma}_{i+1}$.

Вдоль кривой Безье, определяемой БТ, значения σ_i изменяются непрерывно. Величина разрыва значений критерия скорости изменения радиусов кривизны (Δ_i^R) определяется по формуле:

$$\Delta_i^R = \overset{\leftarrow}{\sigma}_i - \overset{\rightarrow}{\sigma}_i,$$

где $\overleftarrow{\sigma}_i$ и $\overrightarrow{\sigma}_i$ – значения критерия скорости изменения радиусов кривизны в точке i , которые определяются предыдущим и последующим БТ соответственно.

Сформируем минимальную цепочку БТ, которая в точках i и $i+1$ обеспечивает:

1) назначенные значения радиусов кривизны – R_i и R_{i+1} соответственно;

2) уменьшение разрывов значений $\sigma_i - \Delta_i^R$ и Δ_{i+1}^R .

Уменьшение значений Δ_i^R и Δ_{i+1}^R в процессе сгущений внутри БТ($i, T, i+1$), а также внутри предыдущего и последующего БТ. При

этом внутри БТ($i, T, i+1$) обеспечивается приближение значений $\overrightarrow{\sigma}_i$ и $\overleftarrow{\sigma}_{i+1}$ к значениям $\sigma_i = \frac{1}{2} \left(\overrightarrow{\sigma}_i + \overleftarrow{\sigma}_i \right)$ и $\sigma_{i+1} = \frac{1}{2} \left(\overrightarrow{\sigma}_{i+1} + \overleftarrow{\sigma}_{i+1} \right)$ соответственно.

Значения σ_i в точках i и $i+1$ изменяются за счет выбора положений точек сгущения и касательных, которые им соответствуют. Предварительное положение t_{c2}^1 (рис. 1) назначается по центру диапазона, определенного исходя из назначенных значений R_i и R_{i+1} в исходных точках и условия монотонного изменения радиусов кривизны вдоль участков ДПК [4].

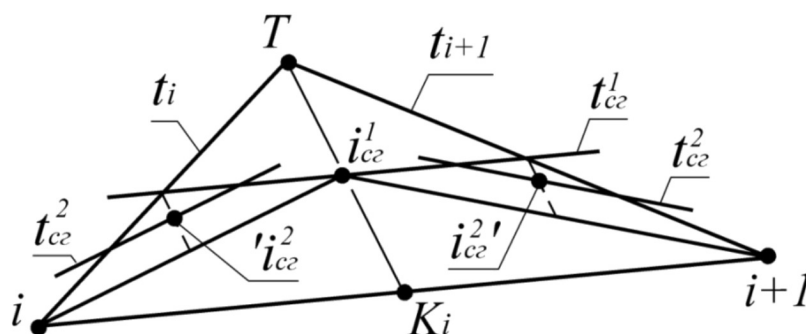


Рис. 1. Сгущение участка ДПК

В результате значения Δ_i^R и Δ_{i+1}^R , в точках, ограничивающих участок, уменьшаются, а в точке сгущения возникает разрыв значений

$\sigma_i - \Delta_{c2}^R = \overrightarrow{\sigma}_{c2} - \overleftarrow{\sigma}_{c2}$. Положения t_{c2}^1 и i_{c2}^1 назначаются таким образом, чтобы величина Δ_{c2}^R не превышала максимального значения из Δ_i^R и

Δ_{i+1}^R . При этом параметры БТ сгущения в точке i_{c2}^1 определяют значения $\overset{\leftarrow}{R}_{c2}^1 \neq \vec{R}_{c2}^1$, а в точках i и $i+1$ – значения $\vec{R}_i^1$ и $\overset{\leftarrow}{R}_{i+1}^1$, не равные назначенным значениям R_i и R_{i+1} .

Корректировка значений радиусов кривизны в точках $i, i_{c2}^1, i+1$ выполняется в результате второго шага сгущения. В результате внутри БТ($i, T, i+1$) получаем цепочку из четырех БТ, обеспечивающих второй порядок гладкости и монотонное изменение кривизны вдоль ДПК. При этом величины Δ_i^R и Δ_{i+1}^R уменьшаются за счет возникновения разрывов значений σ_i в точках сгущения.

В результате сгущения получаем новую цепочку БТ, определяющую монотонную кривую. Максимальная величина разрыва значений σ_i в точках стыковки участков на каждом шаге сгущения последовательно уменьшается. В случае, когда максимальное значение Δ_i^R не превышает заданной величины ε , будем считать, что ДПК, вдоль которой скорость изменения радиусов кривизны изменяется непрерывно, сформирована.

Выводы. Предложен алгоритм формирования обвода второго порядка гладкости с монотонным изменением радиусов кривизны с учетом дополнительного требования – непрерывный график скорости изменения радиусов кривизны вдоль обвода. Обвод формируется методом сгущений на основе точеного ряда. Алгоритм предполагает уменьшение величины разрыва значений скорости изменения радиусов кривизны в точках стыковки участков обвода за счет возникновения разрыва внутри участка - в точках стыковки базисных треугольников сгущения.

Применение разработанного способа моделирования кривой позволяет повысить качество формирования функциональных поверхностей изделий при решении задач обратного инжиниринга, а также при формировании поверхностей изделий, которые взаимодействуют со средой (лопаток турбин, рабочих органов сельскохозяйственных машин, каналов двигателей внутреннего сгорания и др.).

Литература

1. Найдис В.М. Основи прикладної дискретної геометрії / В.М. Найдис, В.М. Верещага, А.В. Найдис, В.М.Малкіна. – Мелітополь: Люкс, 2007. – 193 с.
2. Осипов В.А. Машинные методы проектирования непрерывно-каркасных поверхностей / В.А. Осипов. – М.: Машиностроение, 1979. – 248 с.

3. Холодняк Ю.В. Моделирование одномерных обводоов по заданным условиям / Ю.В. Холодняк, Е.А. Гавриленко, А.В. Дубинина // Сучасні проблеми моделювання: наукове фахове видання / МДПУ ім. Б. Хмельницького. – Мелітополь, 2017.– Вип. 9. – С. 162-166.
4. Холодняк Ю.В. Формування геометричних характеристик при моделюванні монотонної дискретно представленої кривої / Ю.В. Холодняк, Є.А. Гавриленко // Прикладна геометрія та інженерна графіка: міжвід. наук.–техн. збірник / КНУБА. – К., 2013. – Вип. 91. – С.292–296.

ФОРМУВАННЯ ОБВОДІВ ІЗ ЗАДАНИМИ ГЕОМЕТРИЧНИМИ ВЛАСТИВОСТЯМИ

Холодняк Ю.В., Гавриленко Є.А., Дубініна О.В.

У роботі запропоновано алгоритм формування обводі другого порядку гладкості з монотонною зміною радіусів кривини, уздовж якого швидкість зміни радіусів змінюється безперервно.

Ключові слова: дискретно представлена крива (ДПК), радіус кривини, порядок гладкості, швидкість зміни радіусів кривини.

FORMATION CONTOURS WITH GIVEN GEOMETRIC PROPERTIES

Kholodnyak Yu., Gavrilenko Eu., Dybinina O.

The algorithm for forming contour of second-order of smoothness with a monotonous change of radiuses of curvature, along which the rate of change of radiuses of curvature changes continuously is proposed in this work.

Key words: discretely presented curve (DPC), radius of curvature, order of smoothness, rate of change of radiuses of curvature.