DOI: 10.15587/2312-8372.2018.135843

ЗАСТОСУВАННЯ СПОСОБУ АГРЕГУВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ У ФОРМАЛІЗОВАНОМУ ГЕОМЕТРИЧНОМУ МОДЕЛЮВАННІ БАГАТОФАКТОРНИХ ПРОЦЕСІВ ГЕОМЕТРИЧНОЇ ЕКОНОМЕТРИКИ

Адоньєв Є. О., Найдиш А. В.

1. Вступ

Задачі геометричної економетрики [1] потребують створення для кожної з них різних моделей. Практично, під кожну задачу розробляється своя модель, при цьому, існуючі методи математичного моделювання розраховані на використання обмеженої кількості факторів, що можуть бути включені до моделі. Тому завжди, перед створенням моделі, необхідно зробити аналіз кожного з факторів щодо його впливу на адекватність процесу. У разі виникнення неадекватності, необхідно якісно і кількісно змінити вихідні фактори, а це, практично, завжди тягне за собою зміну, уточнення або, взагалі, перебудову моделі. У зв'язку з цим, створення універсальних моделей для будь-яких задач гометричної економетрики, що можуть враховувати будь-яку скінчену множину факторів багатофакторних процесів, є задачею актуальною і являє собою науково-прикладну проблему. При цьому, комп'ютерна реалізація повинна бути розрахована на звичайний персональний комп'ютер середньої потужності, а програмна реалізація повинна бути маловитратною за комп'ютерними ресурсами і пристосованою до реалізації у комп'ютерних інформаційних системах та автоматизованих робочих місцях. У такій постановці проблема розглядається уперше.

2. Об'єкт дослідження та його технологічний аудит

Об'єктом дослідження є моделювання багатофакторних систем в сфері геометричної економетрики. Моделювання економічних, технологічних та будь-яких інших процесів, які відбуваються на реальних суб'єктах господарювання, має свої особливості. Зокрема, його метою є надання підґрунтя для прийняття оптимального управлінського рішення у тій сфері діяльності, яка моделюється. Наразі розроблено широкий спектр методів і моделей.

Одним з найбільш проблемних місць є необхідність врахування великої кількості вихідної інформації різної фізичної природи. Це значно ускладнює моделі. Адекватні моделі є складними, зі значними обмеженнями по кількості факторів, не універсальними.

3. Мета та задачі дослідження

Мета дослідження – запропонувати, у формалізованому геометричному моделюванні багатофакторних процесів, спосіб створення універсальних моделей. Цей спосіб повинен бути здатен враховувати будь-яку скінчену множину факторів, кількість і якість яких можна було б змінювати без перебудови, при цьому, самої моделі.

Для досягнення поставленої мети необхідно виконати такі задачі:

1. Проаналізувати існуючі рішення поставленої проблеми.
2. Дослідити особливості апарату точкового числення Балюби-Найдиша в контексті моделювання багатофакторних систем.
3. Сформувати послідовність побудови формалізованої геометричної моделі з використанням точкових агрегатів, а також визначити її переваги та недоліки.

4. Дослідження існуючих рішень проблеми

В галузі математичного моделювання енергозберігаючих заходів в комунальному господарстві плідно працюють вчені наукових шкіл Київського національного університету будівництва і архітектури, Національного технічного університету України «Київського політехнічного інституту» та інших [2]. Зокрема, створено значний доробок геометричного моделювання в енергозбереженні, в тому числі, в будівництві, вентиляції, освітленні та теплогазопостачанні [3]. Також розроблено цілий спектр моделей в будівництві, енергогенеруванні та енергоспоживанні. Геометричні моделі енергоефективних будівель запропоновані в роботах [4, 5], а моделі міських мереж висвітлені у роботі [6]. В економіці, зокрема, фінансах, оцінці активів та ризиків при інвестуванні також існує значний доробок моделей [7–9].

Однак, проблема створення ефективної системи підтримки управлінських рішень на базі поєднання всіх галузей муніципального господарства в одній системі моделей, на разі, ефективно не вирішена. Зокрема, модель TRACE [10] недостатньо враховує локальні особливості, результати дуже приблизні і не завжди є оптимальними.

У роботі [11] у найбільшій мірі вказано на шляхи розв’язання задач багатофакторного моделювання. У прийнятті ефективних управлінських рішень, моделювання виступає, практично, єдиним інструментом дослідження складних економічних систем. Аналітичні методи для вивчення реальних складних багатофакторних систем є малоефективними, оскільки зі збільшенням складності системи виникає різке збільшення обчислювальних операцій, які, до того ж, через це не завжди надають адекватний розв’язок.

У роботі [12] було запропоновано та вказано на можливість застосування точкового БН-числення для розв’язання багатофакторних задач геометричної економетрики. Розвиток точкового числення Балюби-Найдиша (БН-числення) надає широкі можливості формалізованого геометричного моделювання для складних багатофакторних задач. У цих роботах розглянуто деякі з універсальних формалізованих геометричних моделей, придатних для створення поверхонь відгуку, побудова яких необхідна для прийняття управлінських рішень.

5. Методи досліджень

При дослідженні були використані наступні наукові методи:

– метод аналізу при вивченні існуючих методів моделювання багатофакторних систем;

− метод класифікації при виявленні типових проблем моделювання процесів на реальних об’єктах як багатофакторних системах;

− методи точкового числення Балюби-Найдиша як інструменти формалізації вихідних даних, складання точкових форм і побудови моделі;

− метод узагальнення при визначенні універсальних властивостей одержаної моделі.

6. Результати дослідження

Точкове БН-числення [13] є геометрією відношень однорідних геометричних фігур або їхніх властивостей метричного характеру, які визначені у одному симплексі та відповідають необхідним умовам щодо параметрів. Пояснимо на прикладах, про які умови йдеться. Нехай точки A і C визначають пряму *a*, точки B і D визначають пряму *b* (рис. 1).

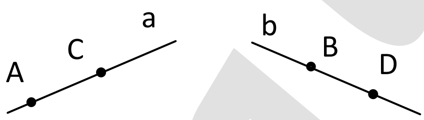

Рис. 1. Приклади прямих та відрізків, що не застосовуються у точковому численні Балюби-Найдиша

Відношення $\frac{a}{b}$ або $\frac{b}{a}$ не мають ніякого сенсу для точкового БН-числення взагалі, тому що з математичної точки зору вони відповідають відношенню $\frac{\infty}{\infty}$. Тому у точковому БН-численні розглядаються не відношення прямих, а тільки відношення певних відрізків на цих прямих, або на ламаній лінії, ланки якої є прямими. При цьому, два відрізки, відношення яких визначається, повинні мати спільну точку. У зв’язку з цим, відношення $\frac{AC}{BD}$ або $\frac{BD}{AC}$ (рис. 1) у точковому БН-численні не застосовуються, і навпаки (рис. 2), відношення відрізків $\frac{AB}{BM}$, $\frac{AM}{MB}$, $\frac{CN}{ND}$, тощо – застосовуються.

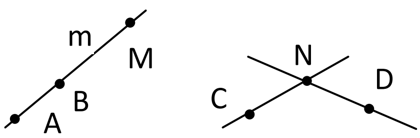

Рис. 2. Приклади геометричних фігур для простого відношення трьох точок

Наявність спільної точки для двох відрізків переводить їхнє звичайне відношення у просте відношення трьох точок прямої, наприклад, $\frac{AM}{MB} = ABM$ – просте відношення трьох точок (ПВТТ), яке визначає параметр t.

У разі, коли визначено ПВТТ, тобто параметр t, то можна обрати нескінчену множину відрізків на прямій, відношення довжин яких будуть дорівнювати значенню t. Обрання із цієї множини двох відрізків, відношення довжин яких дорівнює t, називається геометрією числа t [14]. Як відомо, для значень $0 \le t \le 1$ змінювана точка М знаходиться всередині відрізку АВ, якщо – $1 > t > 1$, то змінювана точка М знаходиться за межами відрізку АВ і утворює пряму m (рис. 2).

Як відомо, ПВТТ є інваріантом афінних перетворень, тобто його значення не змінюється при паралельному проекціюванні (проектуванні). У основу побудови точкових агрегатів [14] покладено ПВТТ, що визначає параметр i. Воно завжди присутнє в цих точкових агрегатах у явній чи неявній формах. З цього, розв’язок будь-якої задачі у точковому БН-численні не потребує використання проекцій. Розв’язання у точковому БН-численні завжди відбувається у просторі, це стає можливим через те, що застосовується проектування на осі локальних чи глобальної систем координат. Однак, у разі необхідності проведення досліджень на площинах проекцій треба розглянути дві осі, що визначають цю площину проекцій і, скориставшись уже відомими координатами геометричної фігури розв’язку, побудувати потрібну проекцію. Такі можливості точкового БН-числення є важливими для побудови моделі багатофакторного процесу, у якій кожному фактору, який досліджується у процесі, ставить у відповідність вісь, зі значеннями однієї координати, а не площина, зі значеннями двох координат. Для моделі процесу, що враховує n факторів, треба узяти систему з n осей у вигляді зв’язки прямих, у якій кути між осями не є прямими, а можуть бути будь-якими. При такій побудові формалізованої геометричної моделі процесу наявним є параметричний зв’язок між геометричною фігурою процесу та її проекціями на осі, кожна з яких відповідає фактору досліджуваного процесу. Тому багатофакторна модель процесу не є багатовимірною моделлю у традиційному розумінні. У багатовимірних моделях використовується проекційний зв’язок між геометричною фігурою об’єкту та його проекціями, а у формалізованій геометричній моделі – параметричний зв’язок. Певна річ, для формалізованої геометричної моделі можна встановити і проекційний зв’язок, але в цьому немає ніякого сенсу і, здебільшого, це потребує складних алгебраїчних перетворень.

Геометрична модель будується з використанням методів та алгоритмів традиційної математики та геометрії. Формалізована геометрична модель [1] будується з використанням методів точкового БН-числення. Чим відрізняється точкове БН-числення від традиційної математики? У точковому БН-численні кожному кроку геометричних побудов, алгоритму розв’язання задачі ставиться у відповідність точковий агрегат. Наявність такої послідовності точкових агрегатів покроково формалізує геометричну частину алгоритму розв’язку. Алгебраїчні перетворення послідовності точкових агрегатів надає просторовий розв’язок задачі у точковій формі, яка являє собою формалізовану геометричну модель процесу. Оскільки у точковому БН-численні параметром завжди є ПВТТ, а проектування відбувається на осі, то поведінку та вплив кожного фактору у процесі завжди можна виявити, за наявності просторового розв’язку.

Як відомо, для дослідження будь-якого процесу необхідно побудувати поверхню відгуку за емпіричними вихідними даними (яку надалі будемо називати емпіричною поверхнею відгуку). Наведемо приклад. Нехай формалізована геометрична модель процесу відображена емпіричною поверхнею відгуку (рис. 3) у вигляді точкового рівняння:

$$
\begin{aligned}
M = {} & [A_{11}\overline{u}(1-2u) + 4A_{12}u\overline{u} + A_{13}u(2u-1)]\overline{v}(1-2v) + \\
& +4\left[A_{21}\overline{u}(1-2u) + 4A_{22}u\overline{u} + A_{23}u(2u-1)\right]v\overline{v} + \\
& +\left[A_{31}\overline{u}(1-2u) + 4A_{32}u\overline{u} + A_{33}u(2u-1)\right]v(2\overline{v}-1),
\end{aligned} \tag{1}
$$

що являє собою параболічну поверхню Балюби. Тут лінії $A_{i1}A_{i2}A_{i3}$ являють собою параболи, що проходять через три дійсні точки A_{i1}, A_{i2}, A_{i3}, а четверта – нескінчена точка визначається параметром $t = \frac{1}{2}$ на прямій $A_{i1}A_{i3}$.

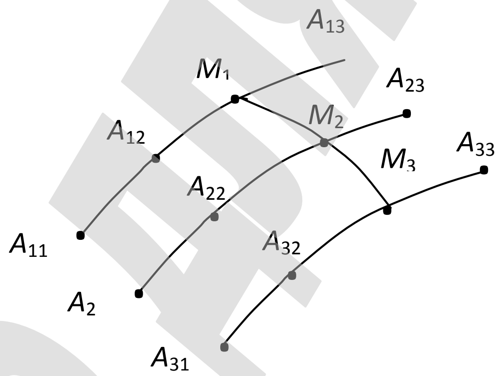

Рис. 3. Геометрична схема поверхні відгуку

У зв’язку з тим, що ребра $A_{i1}A_{i2}A_{i3}$ є параболами і рухома лінія $M_1M_2M_3$, за допомогою якої утворюється емпірична поверхня відгуку, також є параболою, то звідси і виникла назва поверхні «параболічна», побудову якої було запропоновано у [13].

Точкові агрегати у вигляді точкового рівняння (1) не придатні для проведення розрахунків, вони лише вказують на схему проведення розрахунків для кожної координати (фактору) окремо.

У зв’язку з тим, що точки A_{ij} багатофакторного процесу можуть визначатися скінченою множиною координат (факторів процесу) і, при цьому, модель не є багатовимірною, то невідомо як подати точки A_{ij} у точковому рівнянні (1). Враховуючи те, що параметри моделі (1) у просторі дорівнюють параметрам на усіх координатних осях, то розрахунки будемо проводити за схемою (1). У цій схемі замість точок A_{ij} будемо підставляти показники характеристик відповідних факторів – X_{ij}, тобто, координати (2):

$$\begin{aligned} X_k^m &= \left[X_{11}^k \bar{u}(1-2u) + 4X_{12}^k u\bar{u} + X_{13}^k u(2u-1) \right] \bar{v}(1-2v) + \\ &+4\left[X_{21}^k \bar{u}(1-2u) + 4X_{22}^k u\bar{u} + X_{23}^k u(2u-1) \right] v\bar{v} + \\ &+\left[X_{31}^k \bar{u}(1-2u) + 4X_{32}^k u\bar{u} + X_{33}^k u(2u-1) \right] v(2\bar{v}-1), \end{aligned} \tag{2}$$

де $k = \overline{1,n}$ – порядковий номер фактору;

n – загальна кількість факторів процесу;

u, v – параметри поверхні відгуку, що змінюються у межах від 0 до 1;

$\bar{u} = 1-u; \bar{v} = 1-v$;

X_{ij}^k – числа, що визначають характеристики фактору у різних умовах;

X_k^m – емпірична поверхня відгуку для k-го фактору за певною характеристикою m;

$m = \overline{1,m}$ – кількість характеристик фактору.

Зауважимо, оскільки кожний фактор, який враховується у дослідженні процесу, завжди має декілька характеристик m, то для k-го фактору можна побудувати m поверхонь відгуку по кожній з характеристик. Яку з m поверхонь відгуку, чи усі разом, будувати, залежить від мети дослідження процесу.

Емпіричну поверхню відгуку X_k^m з (2) для формалізованої геометричної моделі М з (1), як геометричну фігуру, можна досліджувати методами точкового БН-числення. За результатами досліджень можна приймати рішення, які відповідають меті дослідження. Як бачимо, дослідження моделі процесу, що полягає у агрегуванні результатів геометричних досліджень поверхонь відгуку X_k^m для кожного фактору, тобто шлях від елемента до процесу в цілому, є новим підходом у моделюванні процесів з метою прийняття обґрунтованих управлінських рішень. Як відомо, традиційні методи дослідження процесу, що побудовані на його дезагрегуванні, потребують:

– аналізу факторів;

– визначення їхньої важливості і, як результат, обмеження їхньої кількості з метою встановлення, через обмеження, області розв'язку;

– визначення цільової функції; тощо, і, при цьому, побудована модель не завжди є адекватною.

Для підвищення адекватності результатів моделювання до реальних треба якісно і кількісно змінювати фактори, що входять до моделі, а це потребує перебудови моделі, інколи навіть в цілому. І навпаки, запропонований метод агрегування геометричної інформації щодо поверхонь відгуку від елемента до формалізованої геометричної моделі процесу в цілому дозволяє враховувати:

– усі, без винятку, фактори та їхні характеристики;

− у разі зміни кількості та якості факторів, формалізована геометрична модель залишається у початковому вигляді;

− діставати розв'язок без визначення області рішень та без визначення цільової функції.

При цьому, отриманий розв'язок практично завжди є адекватним, тому що враховує усі фактори. Його можна удосконалювати за рахунок зміни акцентів у моделі, наголосивши на ту чи іншу характеристику усіх або окремих факторів. Також передбачені створення і дослідження узагальнюючих інтегральних характеристик факторів і процесу в цілому.

7. SWOT-аналіз результатів дослідження

Strengths. Серед згаданих вище переваг запропонованого способу агрегування елементів-факторів можна відзначити одну найголовнішу. Це розбиття будь-якого процесу будь-якої складності на розв'язання сотень, тисяч, або, навіть, десятків тисяч дрібних розрахункових задач, які потребують на їх обчислення долі секунди.

Застосування способу агрегування елементів процесу (САЕП) значно знижує витрати ресурсів ЕОМ, дозволяє проводити обчислення в режимі реального часу. Це надасть можливість провести достатню кількість комп'ютерних експериментів з моделлю з метою виявлення найбільш прийнятного варіанту. Як результат – підвищується оперативність та обґрунтованість прийняття управлінських рішень.

Weaknesses. Межами дослідження для факторів і процесу в цілому є межі геометричної фігури у вигляді поверхні відгуку. Межі поверхні відгуку можуть змінюватися лише зі зміною параметрів, характеристик або умов для факторів.

Opportunities. У подальших дослідженнях будемо застосовувати формалізовані геометричні моделі (ФГМ), які відрізняються від запропонованої у цій роботі (1). Таким чином, змінюючи ФГМ, можемо знайти таку, що у найбільшій мірі адекватує процесу, модель якого будується.

Перспективи подальших досліджень полягають у більш детальній розробці САЕП, створенні способів та алгоритмів поверхонь відгуку, що являють собою параболічні поверхні Балюби, створенні методики комп'ютерного моделювання із формалізованими геометричними моделями багатофакторного процесу.

Економічний ефект від його впровадження може бути встановлено за результатами зменшення витрат комп'ютерних ресурсів, за рахунок оптимізації витрат на матеріали та технології облаштування, за рахунок зменшення витрат на обігрів приміщень, за рахунок вчасно прийнятих управлінських рішень, тощо. У кожному конкретному випадку застосування способу агрегування елементів, економічний ефект буде визначатись з урахуванням особливостей його застосування.

Threats. При впровадженні на підприємстві інформаційної системи, що базується на основі розробленого способу агрегування елементів, необхідне формування великої бази даних вихідних факторів. Це потребує додаткових витрат. Крім того, на початковому етапі існує суттєвий вплив людського фактору, зокрема, у випадку помилок при введенні вихідних даних можливе отримання некоректних результатів моделювання.

8. Висновки

1. Проведено всебічний аналіз сучасних методів вирішення проблеми геометричного моделювання багатофакторних систем. Практично для кожного типу задач, зокрема, в сфері геометричної економетрики, існують відповідні методи і моделі. Однак, попри їх велику кількість та різноманіття, вони вирішують проблему лише частково. Адекватні точні методи є складними в реалізації і розробляються під конкретний специфічний об’єкт. Тобто, вони недостатньо гнучкі для переналаштування і не є універсальними. Більш загальні методи, наприклад, моделі за аналогією, прості у застосуванні та універсальні, але дають занадто грубі оцінки.

2. З огляду на виявлені переваги та недоліки існуючих методів моделювання, доцільним є застосування математичного апарату точкового числення Балюби-Найдиша. Він дає можливість зручно формалізувати будь-яку необхідну кількість вихідних факторів різної фізичної природи.

3. Розроблена послідовність побудови формалізованої геометричної моделі з використанням точкових агрегатів, а також визначені її переваги та недоліки. В основу розробленого способу покладено використання властивостей простого відношення трьох точок прямої у точковому численні Балюби-Найдиша. Це дає можливість розбиття складної багатофакторної задачі на відповідну кількість простих однофакторних задач, що суттєво спрощує обчислення.

Таким чином, запропоновано спосіб створення універсальних геометричних моделей з використанням інструментарію точкового числення Балюби-Найдиша, який відкриває нові можливості моделювання і дослідження багатофакторних систем.

Література

1. Bondar O. A. Interpretatsiinyi skhematyzm upravlinnia ekonomichnymy systemamy: monograph. Kyiv: Naukovyi svit, 2013. 121 p.

2. Pidhornyi O. L., Ploskyi V. O., Serheichuk O. V. Aktaualni problemy heometrychnoho modeliuvannia v zadachakh enerhozberezhennia u budivnytstvi // Ventyliatsiia, osvitlennia ta teplohazapostachannia. 2010. No. 14. P. 25–31.

3. Prakhovnyk A. V., Deshko V. I., Shevchenko O. M. Enerhetychna sertyfikatsiia budivel // Naukovi visti Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu Ukrainy «Kyivskyi politekhnichnyi instytut». 2011. No. 1. P. 140–153. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/NVKPI_2011_1_22

4. Martynov V. The determination of optimal propotions of buildings: proceedings // Geometry and computer. Ustroh: Silesian University of technology Gliwice, 2010. P. 57–58.

5. Marsh A. The Application of Shading Masks in Building Simulation // Ninth International IBPSA Conference. Montreal, 2005. URL: http://www.ibpsa.org/proceedings/BS2005/BS05_0725_732.pdf

6. Capeluto I. G. Shaviv E. Modeling the Design of Urban Grids and Fabric with Solar Rights Considerations // Proceeding of the ISES 1997 Solar World Congress. Taejon, 1997. P. 148–160.

7. Fabozzi F. J., Vardharaj R., Jones F. J. Multifactor Equity Risk Models and Their Applications // Encyclopedia of Financial Models. 2012. doi: http://doi.org/10.1002/9781118182635.efm0056

8. Swindle G. Multifactor Models // Valuation and Risk Management in Energy Markets. 2012. P. 221–222. doi: http://doi.org/10.1017/cbo9781139568302.014

9. Shank J. D. Multifactor Asset Pricing Models and Industry Portfolio Investment Strategies // SSRN Electronic Journal. 2012. doi: http://doi.org/10.2139/ssrn.2286937

10. Tool for Rapid Assessment of City Energy (TRACE): Helping Cities Use Energy Efficiently. URL: http://www.esmap.org/TRACE

11. Balyuba I. G., Naydysh V. M. Tochechnoe ischislenie / ed. by Vereshhaga V. M. Melitopol: MGPU im. B. Khmel'nitskogo, 2015. 236 p.

12. Adoniev Y., Vereshchaga V. Technique of b-functions algebraic generation // Intellectual Archive: Shiny Word Corp. 2017. Vol. 6, No. 5. P. 19–23.

13. Konopatskyi Ye. V. Polishchuk V. I. Teoretychni osnovy tochkovoho vyznachennia poverkhon zi zminnym sympleksom // Naukovi notatky. Mizhvuzivskyi zbirnyk. 2008. No. 22 (2). P. 276–281.

14. Bumaha A. I. Tochkove rivniannia duhy paraboly druhoho poriadku // Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika. 2012. No. 90. P. 49–52.