УДК 514.18

ОСОБЕННОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТОЧЕК САМОПЕРЕСЕЧЕНИЯ В ДИСКРЕТНОМ МОДЕЛИРОВАНИИ

Мелитопольская школа прикладной геометрии
Спиринцев Д.В., к.т.н.*,
Найдыш А.В., д.т.н.,
Балюба И.Г., д.т.н.,
Лебедев В.А., к.т.н.
Мелитопольский государственный педагогический университет им. Б. Хмельницкого (Украина)

В работе предлагается способ определения точки самопересечения ДПК. Приведен пример использования способа в рамках метода сгущения на основе вариативного формирования разностных схем угловых параметров.

Ключевые слова: особые точки, точки самопересечения, вариативное дискретное геометрическое моделирование (ВДГМ), отсутствие осцилляции.

Постановка проблемы. Точки самопересечения являются особыми точками, требующими дополнительных затрат ресурсов в практическом моделировании [1,2]. Точность их получения, а так же процесс построения интерполирующей кривой в их окрестности значительно влияет на точность результатов геометрического моделирования, поэтому требует дополнительных исследований. Методы непрерывной интерполяции не всегда в состоянии решать данные задачи в виду разнообразия задания исходных данных [3]. Так, например, на рис. 1 продемонстрированы несколько различных задач, для решения которых сплайновые кривые, интегрированные в пакет Solid Works, имеют ряд ограничений. Проведенные Пугачёвым Е.В. [1], Найдышем В.М. и др. [2] исследования показали эффективность решения задач с особыми точками, в частности с точками самопересечения методами дискретной интерполяции. Однако, возможности дальнейшего развития и совершенствования данного направления еще не исчерпаны.

Анализ последних исследований и публикаций. Впервые на проблему дискретной интерполяции ДПК с особыми точками обратил внимание Пугачев Е.В. [1]. Вопросы, не рассмотренные в работе [1] относительно тесной взаимосвязи назначаемой в особой точке касательной с касательными в других узлах, а также о порядке

* Научный консультант – д.т.н., профессор Найдыш А.В.

приближения сгущенной сопровождающей ломанной линии (СЛЛ) к назначенной в особой точке касательной были рассмотрены в исследованиях проведенных Найдишем В.М. и др. [2,6]. Однако, данное направление исследований требует дальнейшего развития и совершенствования, в частности, относительно точек самопересечения, и возможностей разработанного нами метода дискретной интерполяции ДПК на основе вариативного формирования разностных схем угловых параметров [4] при решении задачи сгущения вблизи точек самопересечения.

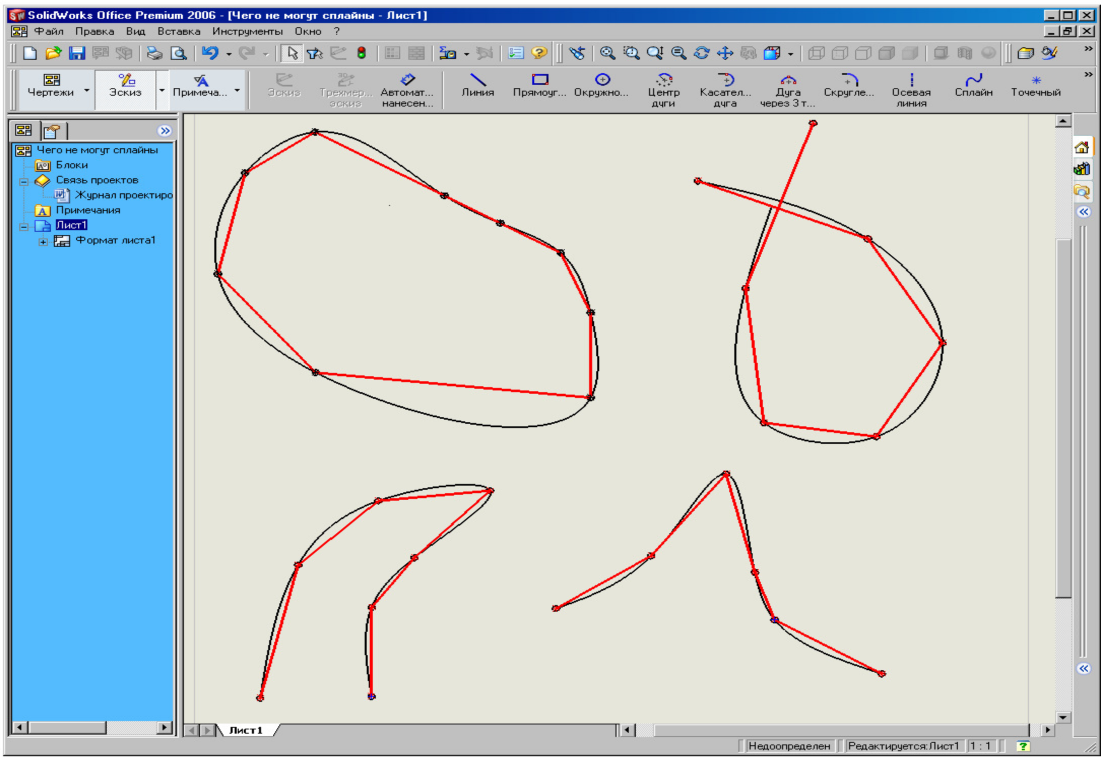

Рис. 1. Ограничения при использовании сплайнов:
а – ДПК с прямолинейным участок; *б* – фрагмент ДПК с точкой самопересечения; *в* – фрагмент ДПК с точкой возврата 2 рода; *г* – фрагмент ДПК с точкой заострения (излома)

Формулирование целей статьи. Целью статьи является определение точек самопересечения при предварительном оценивании вида дискретной кривой, а так же использование рассмотренного в работе способа в рамках метода сгущения на основе вариативного формирования разностных схем угловых параметров.

Основная часть. Возьмем фрагмент ДПК (рис.2). Рассмотрим звено $(i,i+1), i=\overline{0,n-3}$ и будем исследовать его на возможность пересечения с остальными звеньями ДПК: $(N,N+1), N=\overline{i+2,n-1}$. Наличие точки пересечения, назовем ее *m,* с координатами (x_m, y_m), можно будет определить из условия:

$$\begin{cases} x_m \notin [x_i ; x_{i+1}] \\ y_m \notin [y_i ; y_{i+1}] \end{cases}. \qquad (1)$$

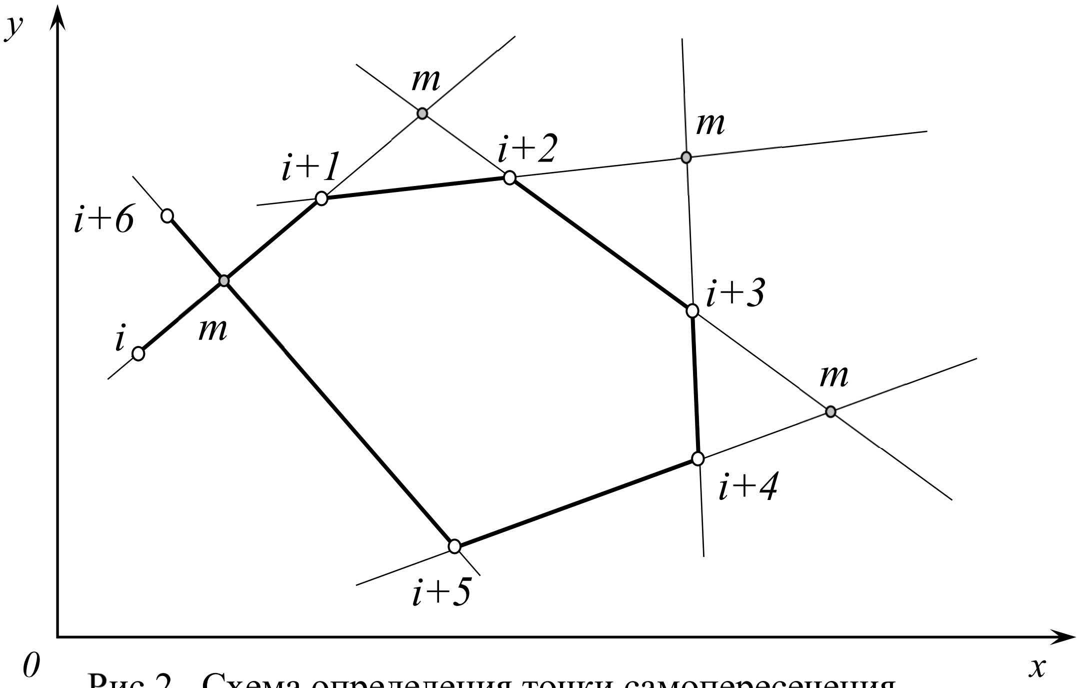

Рис 2. Схема определения точки самопересечения

Если условие (1) не выполняется, проверяем чтобы оба узла звена $(N,N+1)$ лежали по одну сторону от звена $(i,i+1)$, т.е. должно выполняться условие:

$$\begin{cases} \delta_N > 0 \\ \delta_{N+1} > 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \delta_N < 0 \\ \delta_{N+1} < 0 \end{cases}, \qquad (2)$$

где δ_N, δ_{N+1} – расстояния от точек N и $N+1$ соответственно до прямой, на которой лежит звено $(i,i+1)$.

$$\delta_N = \frac{Ax_N + By_N + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}, \quad \delta_{N+1} = \frac{Ax_{N+1} + By_{N+1} + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}, \qquad (3)$$

здесь A,B,C – коэффициенты уравнения прямой, проходящей через звено $(i,i+1)$;

$x_N, y_N, x_{N+1}, y_{N+1}$ – координаты точек N и $N+1$ соответственно.

Если условия (1) и (2) не выполняются, то точка пересечения m принадлежит звену $(i,i+1)$. Затем рассматривается следующее звено ДПК и расчёты повторяются. На последнем шаге рассматривается пересечение звеньев $(n-3,n-2)$ и $(n-1,n)$.

Предложенный способ прост в реализации и позволяет при предварительном рассмотрении исходного точечного ряда определить наличие точек самопересечения.

Рассмотрим сгущении ДПК методом вариативного формирования разностных схем угловых параметров [4] для фрагмента ДПК, содержащего точку самопересечения. Отметить, что наличие точек самопересечения не вносит никаких изменений в основной алгоритм метода [4].

Покажем это на примере сгущения дискретно представленной плоской кривой (таблица 1) на неравномерной сетке с наперёд заданной точностью $\varepsilon = 0,3$ при условии получения неосциллирующей результирующей ДПК.

Таблица 1

Исходный точечный ряд

i	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
x_i^0	20	35	55	110	115	85	67	90	130
y_i^0	60	35	25	50	70	85	60	20	10

Сгущение приведенного тестового примера производилось согласно основного алгоритма метода [7]. Для обеспечения заданной точности сгущения было осуществлено два шага сгущения. На втором шаге сгущение условие отсутствия осцилляции [5] было соблюдено

$$max\left|\gamma^{1}_{i+0,5}\right| = 0,283 < 0,3 .$$

После второго шага сгущения точки полученной ДПК соединяются отрезками СЛЛ, которая и считается окончательной формой интерполирующей кривой (рис. 3).

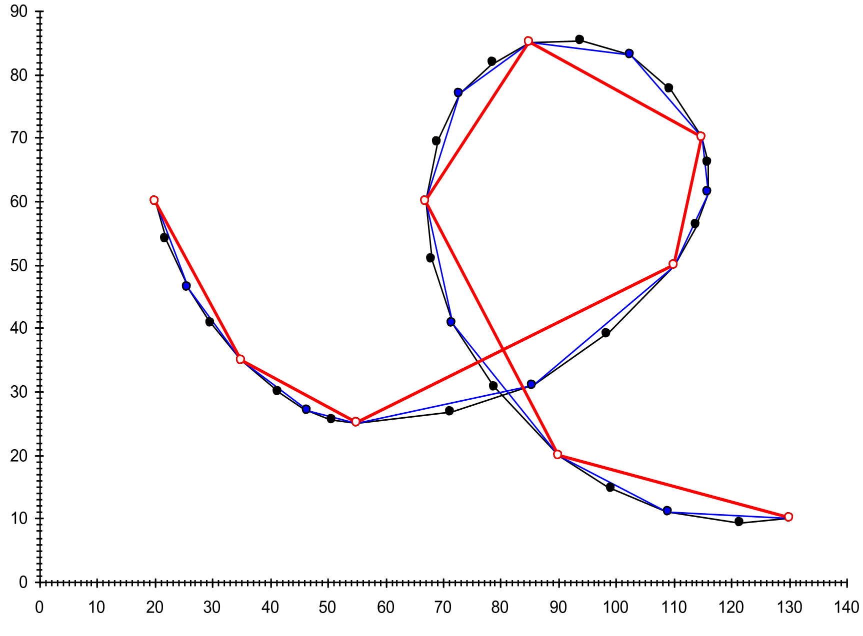

Рис. 3. Два шага сгущения тестовой ДПК, содержащей точку самопересечения, которая явно не задана

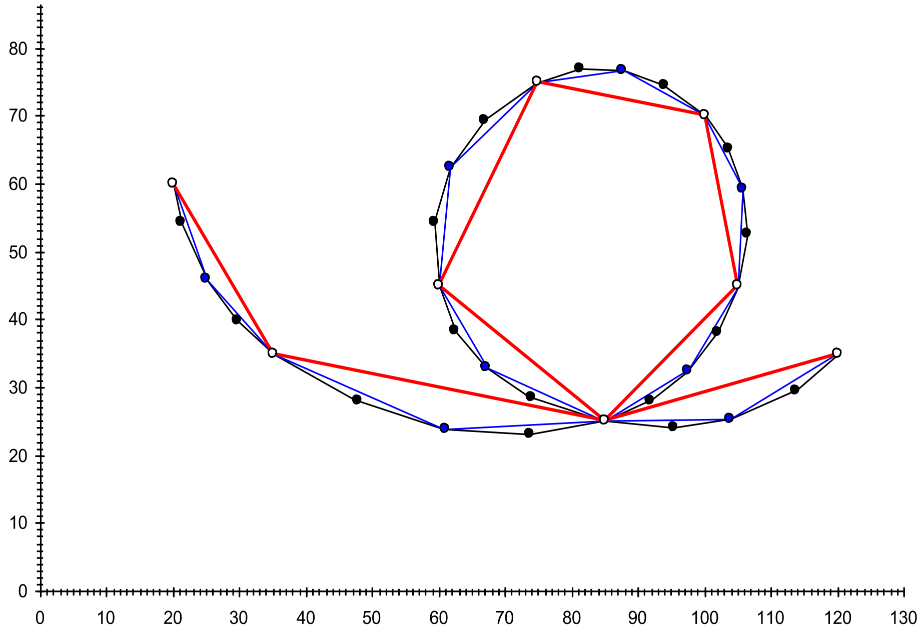

Рис. 4. Два шага сгущения тестовой ДПК, содержащей точку самопересечения, координаты которой известны

На рис. 4 представлен результат двух шагов сгущения для ДПК с точкой самопересечения, координаты которой заранее известны. Так же как и в предыдущем примере, для сгущения данной тестовой кривой использовался основной алгоритм метода на основе вариативного формирования разностных схем угловых параметров [5].

Выводы. Предложенный в работе способ прост в реализации и позволяет при предварительном рассмотрении исходного точечного ряда определить наличие точек самопересечения. Это в дальнейшем может быть использовано как в дискретном геометрическом моделировании плоских кривых имеющих ряд особенностей в геометрии (точки самопересечения), а так же в непрерывном геометрическом моделировании, так как позволяет определиться со способом задания кривой.

Литература

1. Пугачов Є.В. Дискретна інтерполяція плоских ДПК поблизу особливих точок. // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.:КНУБА, 2001. – Вип.69. – С. 74-79.
2. Найдиш В.М., Найдиш А.В., Лебедев В.О. Дискретна інтерполяція ДПК з особливими точками. Праці/ Харк. Держ. університет харчування та торгівлі. – Харків, 2005. – Вип.13. – С. 17-26.
3. Выгодский М.Я. Дифференциальная геометрия. – М. – Л.: ГИТТЛ, 1949. – 512 с.

4. Спиринцев Д.В. Дискретная интерполяция на основе вариативного формирования разностных схем угловых параметров: дисс. ... канд. техн. наук: 05.01.01 / Д.В. Спиринцев. – Мелітополь, ТГАТУ, 2010. – 214 с.
5. Найдиш В.М., Спірінцев Д.В. Варіативна схема згущення ДПК на основі кутових параметрів з використанням додаткових умов. Праці/ Таврійська державна агротехнічна академія. – Вип.35.– Мелітополь: ТДАТА, 2007.– С. 3-9.
6. Найдиш В.М. Основи прикладної дискретної геометрії [навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів III-IV рівнів акредитації] / В.М. Найдиш, В.М. Верещага, А.В. Найдиш, В.М. Малкіна. – Мелітополь: ТДАТУ, 2007. – 194 с.
7. Спиринцев Д.В. Найдиш А.В. Основной алгоритм метода сгущения на основе вариативного формирования разностных схем угловых параметров Сборник докладов XVIII Юбилейной международной научно-практической конференции «Научные итоги: достижения, проекты, гипотезы». Выпуск 18. – Минеральные Воды, 2013. – С. 147-150.

ОСОБЛИВОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ ТОЧОК САМОПЕРЕТИНУ В ДИСКРЕТНОМУ МОДЕЛЮВАННІ

Спірінцев Д.В., Найдиш А.В., Балюба І.Г., Лєбєдєв В.О.

У роботі пропонується спосіб визначення точок самоперетину ДПК в дискретному моделюванні. Наведено приклад використання способу в рамках методу згущення на основі варіативного формування різницевих схем кутових параметрів.

Ключові слова: особливі точки, точки самоперетину, варіативне дискретне геометричне моделювання (ВДГМ), відсутність осциляції.

FEATURES OF DETERMINING SELF-CROSSING POINTS IN DISCRETE MODELING

Spirintsev D., Naydysh A., Balyuba I, Lebedev V.

The paper proposes a method for determining the DPC self-intersection point in discrete modeling. An example of using the method in the method of thickening on the basis of variational formation of difference schemes of angular parameters is given.

Keywords: singular points, points of self-intersection, variational discrete geometric modeling (VDGM), absence of oscillations.