УДК 514.18

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОДНОМЕРНЫХ ОБВОДОВ ПО ЗАДАННЫМ УСЛОВИЯМ

Холодняк Ю.В., к.т.н.,
Гавриленко Е.А., к.т.н.,
Дубинина А.В., аспирант *
Мелитопольская школа прикладной геометрии,
Таврический государственный агротехнологический университет (г. Мелитополь, Украина)

В работе решается задача оценки скорости изменения радиусов кривизны в точках дискретно представленной кривой. Предложенный критерий может быть использован при разработке алгоритмов формирования обводов, вдоль которых скорость изменения радиусов кривизны изменяется непрерывно.

Ключевые слова: дискретно представленная кривая (ДПК), радиус кривизны, порядок гладкости, линейный элемент каркаса поверхности.

Постановка проблемы. Поверхности, ограничивающие сложные технические изделия, могут быть сформированы на основе дискретного линейчатого каркаса. Дифференциально-геометрические характеристики поверхности определяются характеристиками линий, которые являются линейными элементами каркаса. При формировании поверхностей по заданным условиям такими характеристиками могут быть: отсутствие осцилляции, заданный порядок гладкости, динамика изменения положений касательных и значений радиусов кривизны вдоль кривых. При использовании в качестве элементов каркаса дискретно представленных кривых (ДПК) эта задача усложняется за счет того, что характеристики кривой не определены однозначно.

Анализ последних исследований и публикаций. Широкие возможности для решения поставленной задачи дает вариативное дискретное геометрическое моделирование, которое предполагает формирование обвода в виде сколь угодно большого количества точек, получаемых в результате последовательных сгущений исходного точечного ряда [1]. Положения точек геометрического образа назначаются внутри диапазонов возможного расположения, определяемых исходя из условий задачи.

---

*Научный руководитель – к.т.н., доцент Гавриленко Е.А.

В работе [3] разработан алгоритм моделирования обводов с монотонным изменением радиусов кривизны. Исходными данными является упорядоченный точечный ряд, который представляет дискретно представленную кривую (ДПК) и условия, накладываемые на обвод: отсутствие осцилляции, второй порядок гладкости, монотонное изменением радиусов кривизны вдоль обвода. Обвод формируется внутри базисных треугольников (БТ), ограниченных касательными, проходящими через точки ДПК, и отрезками, соединяющими последовательные точки. Значения радиусов кривизны в узлах ДПК определяются с помощью параметров соответствующих БТ. Алгоритм предполагает формирование цепочки из минимального числа БТ, которые в общей точке обеспечивают равные значения радиусов кривизны и эти значения изменяются монотонно вдоль обвода.

Основное назначение ДПК, формируемых разрабатываемым методом, – использование в качестве линейных элементов каркаса при моделировании динамических поверхностей, функциональное назначение которых – взаимодействие со средой. Обеспечение второго порядка гладкости и монотонного изменения радиусов кривизны вдоль линейных элементов каркаса поверхностей способствует ламинарному характеру обтекания этих поверхностей средой [2]. Дальнейшее улучшение динамических качеств поверхностей можно обеспечить за счет наращивания условий, накладываемых на линейные элементы модели: увеличения порядка гладкости обвода, обеспечения непрерывного графика скорости изменения радиусов кривизны вдоль обвода.

Формулировка целей статьи. Целью данного исследования является разработка методики оценивания скорости изменения радиусов кривизны в точках ДПК.

Основная часть. Полученная в результате сгущений минимальная цепочка БТ определяет промежуточное решение – обвод, состоящий из дуг кривых Безье с монотонным изменением кривизны, состыкованных со вторым порядком гладкости.

Рассмотрим задачу оценки скорости изменения радиусов кривизны вдоль ДПК с помощью скорости изменения радиусов кривизны вдоль промежуточного решения.

Скорость изменения радиусов кривизны кривой Безье в точках, ограничивающих участок $M \ldots N$, можно оценить с помощью скорости изменения радиусов кривизны вдоль участка:

$$\sigma_M^Б = \sigma_N^Б = \frac{\Delta R_{M\ldots N}}{s_{M\ldots N}} = \frac{R_N - R_M}{s_{M\ldots N}},$$

где R_M и R_N – радиусы кривизны кривой Безье в точках M и N

соответственно; $s_{M...N}$ – длина участка $M...N$ кривой Безье.

Точность, с которой значения $\sigma_M^Б = \sigma_N^Б$ представляют скорость изменения радиусов кривизны в граничной точке, зависит от величины участка $M...N$: при уменьшении длины участка значение критерия стремится к искомому значению.

В точках стыковки участков кривых Безье, составляющих промежуточное решение задачи, происходит разрыв значений критерия σ_i. Сформируем цепочку БТ, которая определяет обвод, состоящий из дуг кривых Безье, в точках стыковки которых величина разрыва значений σ_i не превышает заданной величины. В этом случае будем считать, что полученная цепочка БТ представляет ДПК, вдоль которой значения σ_i изменяются непрерывно.

Скорость изменения радиусов кривизны ДПК в точке i будем оценивать с помощью критерия σ_i кривой Безье, которая содержит эту точку. Для этого кривую Безье, которая определяется БТ($i,T,i+1$), продлеваем за его пределы (рис. 1).

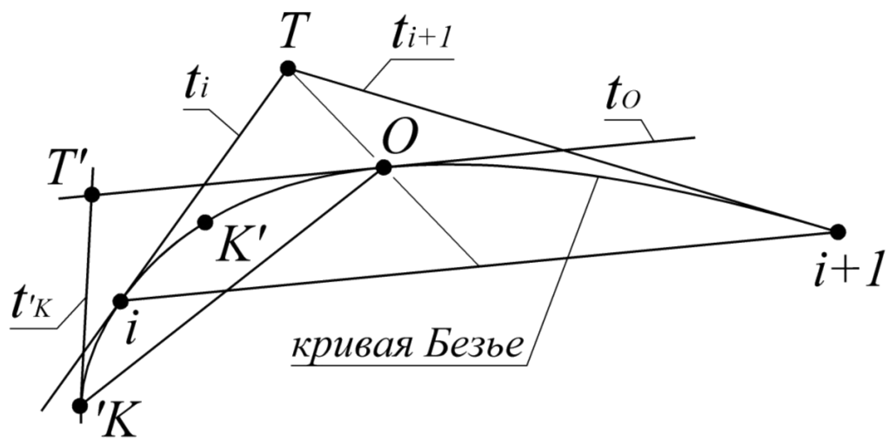

Рис. 1. Определение скорости изменения радиусов кривизны вдоль кривой Безье

$$\sigma_i = \frac{1}{2}\left({}'\sigma_i + \sigma_i{}'\right), \tag{1}$$

где ${}'\sigma_i = \dfrac{R_i - R_{'K}}{{}'s_i}$ и $\sigma_i{}' = \dfrac{R_{K'} - R_i}{s_i{}'}$ – значения критерия скорости изменения радиусов кривизны кривой Безье на участках $'K...i$ и $i...K'$ соответственно; R_i, $R_{'K}$, $R_{K'}$ – радиусы кривизны кривой Безье в точках i, $'K$, K'; $'s_i$, $s_i{}'$ – длины участков кривых Безье

$'K...i$ и $i...K'$.

Для того, чтобы оценить отклонение σ_i от искомого значения, предлагается следующий способ:

- на кривой Безье, определяемой БТ, назначается положение точек $'K$ и K';
- оценивается разница между значениями σ_i, которые определяются исходной точкой i и каждой из точек $'K$ и K':

$$\Delta\sigma_i = \left| '\sigma_i - \sigma_i' \right| = \left| \frac{R_i - R_{'K}}{'s_i} - \frac{R_{K'} - R_i}{s_i'} \right|.$$

Если значение $\Delta\sigma_i$ не превышает заданной величины ε, то будем считать, что значение критерия σ_i определяет с заданной точностью значение скорости изменения радиусов кривизны в точке.

Для упрощения расчетов длину кривой Безье на участке, ограниченном двумя точками, примем равной длине хорды, которая соединяет эти точки. Положения точек $'K$ и K' назначим таким образом, чтобы длины хорд $['K;i]$ и $[i;K']$ были равными. В соответствии с указанными условиями критерий (1) примет вид:

$$\sigma_i = \frac{1}{2l_i}\left(R_{K'} - R_{'K}\right).$$

Значения $R_{K'}$ и $R_{'K}$ определяются с помощью параметров треугольника (K',T',O), ограниченного касательными к кривой Безье в точках K' и O и отрезком, соединяющим эти точки.

Предложенный критерий может быть использован для уточнения области расположения точки сгущения при формировании монотонной ДПК, вдоль которой значения критерия скорости изменения радиусов кривизны монотонно возрастают или убывают.

Выводы. Предложен критерий для оценки скорости изменения радиусов кривизны в точках ДПК. Оценка проводится на основе цепочки базисных треугольников, которые определяют ДПК второго порядка гладкости с монотонным изменением радиусов кривизны. Критерий позволяет уточнить область расположения точки сгущения в случае, если на кривую накладывается дополнительное условие – непрерывность скорости изменения радиусов кривизны. Назначение точки сгущения внутри уточненной области позволяет ограничить в точках ДПК разрыв скорости изменения радиусов кривизны до величины, не превышающей заданного значения. Обводы, сформированные с учетом графика скорости изменения радиусов кривизны целесообразно использовать в качестве линейных элементов каркаса поверхностей, назначение которых – взаимодействие со средой.

Литература

1. Найдиш В.М. Основи прикладної дискретної геометрії / В.М. Найдиш, В.М. Верещага, А.В. Найдиш, В.М. Малкіна. – Мелітополь: Люкс, 2007. – 193 с.
2. Осипов В.А. Машинные методы проектирования непрерывно–каркасных поверхностей / В.А. Осипов. – М.: Машиностроение, 1979. – 248 с.
3. Холодняк Ю.В. Формування геометричних характеристик при моделюванні монотонної дискретно представленої кривої / Ю.В. Холодняк, Є.А. Гавриленко // Прикладна геометрія та інженерна графіка: міжвід. наук.–техн. збірник / КНУБА. – К., 2013. – Вип. 91. – С.292–296.

МОДЕЛЮВАННЯ ОДНОВИМІРНИХ ОБВОДІВ ЗА ЗАДАНИМИ УМОВАМИ

Холодняк Ю.В., Гавриленко Є.А., Дубініна О.В.

У роботі розв’язується задача оцінки швидкості зміни радіусів кривини у ДПК. Запропонований критерій може бути використаний при розробці алгоритмів формування обводів, уздовж яких швидкість зміни радіусів кривини змінюється безперервно.

Ключові слова: дискретно представлена крива (ДПК), радіус кривини, порядок гладкості, лінійний елемент каркасу поверхні.

MODELLING OF ONE-DIMENSIONAL CONTOURS ACCORDING TO THE GIVEN DATA

Kholodnyak Yu., Gavrilenko Eu., Dybinina O.

The problem of estimating of the rate of change of the radiuses of curvature at points of a discretely represented curve is solved in the article. The proposed criterion can be used in developing algorithms for the formation of contours, along which the rate of change in the radiuses of curvature changes continuously.

Keywords: discretely presented curve (DPC), the radius of curvature, degree of smoothness, the surface of the carcass line element.