УДК 514.16

МОДЕЛЮВАННЯ МІКРОГІДРОЦИКЛОНА З УРАХУВАННЯМ КВАЗІГВИНТОВОЇ ПОВЕРХНІ

Подкоритов А.М., д.т.н.
Мелітопольський державний педагогічний університет ім. Б. Хмельницького (Україна),
Ісмаілова Н.П., к.т.н.,
Маковкіна Т.С.
Одеська державна академія будівництва та архітектури (Україна)

В роботі розглядається питання геометричного моделювання поверхні потоку і його аналітична інтерпретація, для створення точного високопродуктивного мікрогіроциклона.

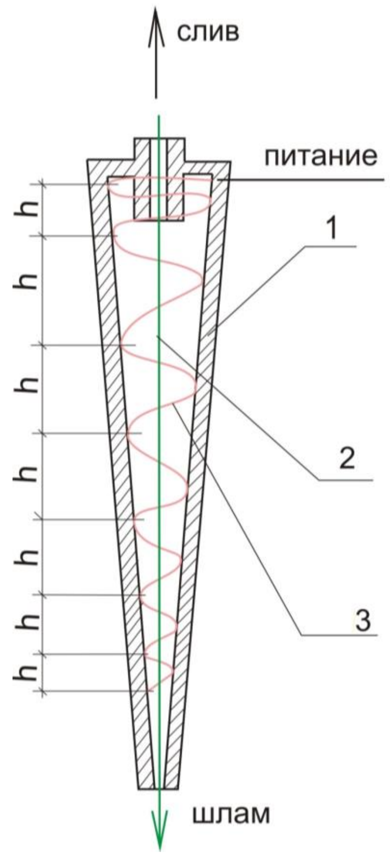
Ключові слова: геометричне моделювання, квазігвинтова поверхня, мікрогідроциклон, аналітична інтерпретація.

Постановка проблеми. Питанням формування спряжених квазігвинтових поверхонь присвячена робота [1], з формуванню геометричної, математичної і комп'ютерної моделей. Поява в індустріальній промисловості складних квазігвинтових поверхонь поставило завдання розробки принципово нових методів і алгоритмів формування квазігвинтових конічних поверхонь.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У основі утворення спряжених поверхонь лежить теорема [1] з якої виходить, що поверхні Σ_A і Σ_B будуть спряженими, якщо кожна з них утворена відповідним відносним рухом Φ_A/Σ_A і Φ_B/Σ_B конгруентних посередників $\Phi_A \equiv \Phi_B$. Поверхня Σ_A і поверхня посередника Φ_A є взаїмоогибаємимі з лінійним контактом $\ell^1(\ell^1_2)$.

Формулювання цілей статті. Метою є розробка геометричного моделювання поверхні потоку і його аналітична інтерпретація, для конструювання мікрогідроциклонів кінематичним методом.

Основна частина. Розглянемо геометричне моделювання квазігвинтової конічної поверхні Σ криволінійною твірною $r(\tau)$, вісью m і змінним кроком $h(\alpha, t)$ гвинтовим перетворенням відносно осі m кожної точки заданої конічної поверхні $T(s, r)$ (Рис. 1).



1) мікрогідроциклон; 2) повітряний стовп;
3) траєкторія низхідного потоку

Рис. 1. Схема мікрогідроциклона

Конічна поверхня Т задається вершиною S і криволінійною створюючою $r(\tau)$. При обертанні конічної поверхні Т навколо вісі m лінії $\ell_1^1, \ell_2^2, \dots, \ell_n^n$ утворюють сімейство направляючих (базових) конусів.

Квазігвинтова конічна поверхня Σ визначається як геометричне місце точок, що знаходяться в початковий момент $t = 0$ на заданій створюючою $r(\tau)$ і що одночасно беруть участь в двох рухах: обертальному – відносно осі m і поступальному – по прямій, яка проходить через твірну $r(\tau)$ і вершину S конуса так, що в момент часу $t = 1$ всі точки виявляться твірними у вершині конуса S.

Кожна лінія $\ell^1, \ell^2, \dots, \ell^n$ криволінійним перетворенням переходить у конічну квазігвинтову лінію $\ell^{1^*}, \ell^{2^*}, \dots, \ell^{n^*}$ із змінним кроком (рис.2). Сімейство конічних квазігвинтових ліній $\ell^{1^*}, \ell^{2^*}, \dots, \ell^{n^*}$ із загальною віссю m формує конусну криволінійну квазігвинтову поверхню Σ.

Для формування математичної моделі конічної криволінійної квазігвинтової поверхні задаємо вихідну конічну поверхню $T(S, \tau)$ з вершиною S і криволінійною створюючої $r(\tau) c \leq \tau \leq b$ (рис.2).

Радіус-вектор $\bar{\ell}(\tau)$ дорівнює: $\bar{\ell}(\tau) = \bar{v} - \bar{r}(\tau)$.

Визначимо радіус вектор $\bar{\mathrm{g}}(\tau, t)$:

$$\bar{\mathrm{g}}(\tau, t) = \bar{r}(\tau) + \bar{\ell} \cdot t = \bar{r}(\tau)(1-t) + \bar{v} \cdot t, \qquad 0 \le t \le 1.$$

Радіус-вектор $\bar{r}_0$ дорівнює:

$$\bar{r}_0 = \bar{v} - (\bar{v} \cdot \bar{\rho}) \cdot \bar{\rho}.$$

де $(\bar{v} \cdot \bar{\rho}) \cdot \bar{\rho}$ - проекція вектора $\bar{v}$ на вісь m.

Визначимо радіус вектор $\bar{\rho}$ (рис. 2).

$$\bar{\rho} = \bar{\mathrm{g}}(\tau, t) - \big(\bar{\mathrm{g}}(\tau, t)\big)\bar{\rho} - \bar{r}_0 = \bar{r}(\tau)(1-t) + \bar{v}t - [(\bar{r}(\tau)\bar{\rho})(1-t) + \bar{v} \cdot \bar{\rho} \cdot t]\bar{\rho} - \bar{v} + (\overline{v\rho})\bar{\rho} = \bar{r}(\tau)(1-t) - \bar{v}(1-t) - [(\bar{r}(\tau)\bar{\rho})(1-t)]\bar{\rho} = (\bar{r}(\tau) - \bar{v})(1-t) - [(\bar{r}(\tau)\bar{\rho})(1-t)]\bar{\rho} = [(\bar{r}(\tau) - \bar{v}) - (\bar{r}(\tau)\bar{\rho})\bar{\rho}](1-t),$$

де $(\bar{\rho}(\tau, t)\bar{\rho})\bar{\rho}$ - проекція вектора $\bar{\rho}(\tau, t)$ на вісь m.

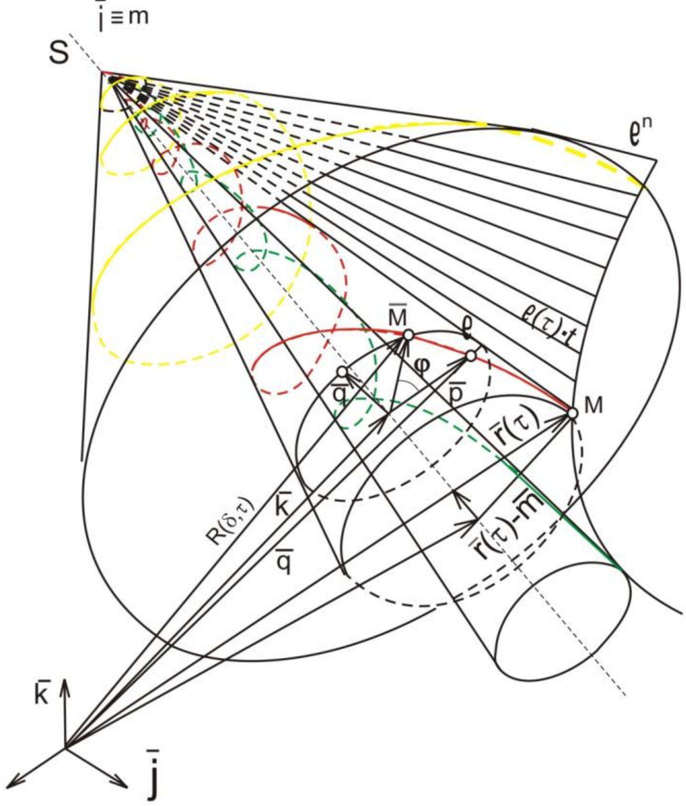


Рис. 2. Сімейство конічних квазігвинтових ліній

Вектор $\bar{q}$ визначається з вектора $\bar{\mathrm{p}}$ поворотом його в позитивному напрямі на кут $\varphi(\tau, t)$ у плоскості перпендикулярної осі m.

Для цього потрібно помножити одиничний вектор $\bar{\rho}$ осі m на вектор $\bar{\rho}$ тобто.

$$\bar{q} = \bar{\rho} \cdot \bar{\mathrm{p}} = [\bar{\rho} \cdot (\bar{r}(\tau) - \bar{v})] \cdot (1-t) = [\bar{\rho} \cdot (\bar{r}(\tau) - \bar{v})] \cdot (1-t).$$

Використовуючи радіуси-вектори $\bar{r}(\tau, t), \bar{\rho}, \bar{\mathrm{p}}, \bar{\mathrm{q}}$ шуканий вектор $\bar{R}$:

$$\bar{R} = \bar{\text{p}} \cdot cos\varphi + \bar{\text{q}} \cdot sin\varphi + (\bar{r}_0 + (\bar{q}(\tau,t)\bar{\rho})\bar{\rho}) = \bar{v} - (\bar{v} \cdot \bar{\rho})\bar{\rho} + (\bar{q}(\tau,t)\bar{\rho})\bar{\rho} + [(\bar{r}(\tau) - \bar{v}) - (\bar{r}(\tau)\bar{\rho})\bar{\rho})](1-t) \cdot cos\varphi + (\bar{r}(\tau) - \bar{v}) \cdot \bar{\rho}(1-t) \cdot sin\varphi = \bar{v} + ((\bar{r}(\tau) - \bar{v})\bar{\rho})\bar{\rho})(1-t) + [(\bar{r}(\tau) - \bar{v}) - (\bar{r}(\tau)\bar{\rho})\bar{\rho})](1-t) \cdot cos\varphi + (\bar{r}(\tau) - \bar{v}) \cdot \bar{\rho}(1-t) \cdot sin\varphi. \quad (1)$$

Таким чином, отримуємо рівняння конічної контактної поверхні

$$\bar{R} = \bar{v} + (I-t)\left\{\left((\bar{r}(\tau) - \bar{v})\bar{\rho}\right)\bar{\rho} + [(\bar{r}(\tau) - \bar{v}) - (\bar{r}(\tau)\bar{\rho})\bar{\rho}] \cdot \cdot\ cos\varphi + [(\bar{r}(\tau) - \bar{v})\bar{\rho}] \cdot sin\varphi\right\}. \quad (2)$$

При $\alpha = 0$ отримуємо з рівняння (1) конічну поверхню. При $\alpha = \infty, t = \varphi/\alpha$ отримуємо з рівняння (2) циліндрову поверхню:

$$\bar{R} = \bar{v} + \left(1 - \frac{\varphi}{\alpha}\right)\left\{\left((\bar{r}(\tau) - \bar{v})\bar{\rho}\right)\bar{\rho} + [(\bar{r}(\tau) - \bar{v}) - (\bar{r}(\tau)\bar{\rho})\bar{\rho}] \cdot \cdot cos\varphi + [\bar{r}(\tau) - \bar{v} \cdot \bar{\rho}] \cdot sin\varphi\right\}. \quad (3)$$

$$\bar{R} = \bar{v}\{((\bar{r} - \bar{v})\bar{\rho})\bar{\rho} + [(\bar{r}(\tau) - \bar{v}) - (\bar{r}(\tau)\bar{\rho})\bar{\rho}] \cdot cos\varphi + [\bar{r}(\tau) - \bar{v} \cdot \bar{\rho}] \cdot sin\varphi\}.$$

Так як: $\bar{r}(\tau) = \text{x}(\tau) \cdot \bar{\imath} + y(\tau) \cdot \bar{\jmath} + z(\tau) \cdot \bar{k};$

$$\bar{v} = \text{a}\bar{\imath} + b\bar{\jmath} + c\bar{k};$$

$$\bar{\rho} = \lambda\bar{\imath} + \mu\bar{\jmath} + \nu\bar{k};$$

$$\bar{r}(\tau)\rho = \lambda\text{x}(\tau) + \mu y(\tau) + \nu z(\tau);$$

$$(\bar{r}(\tau) - \bar{v} = \text{x}(\tau) - \text{a}, y(\tau) - b, z(\tau) - c);$$

$$(\bar{r}(\tau) - \bar{v})\bar{\rho} = \lambda(\text{x}(\tau) - \text{a}) + \mu(y(\tau) - b) + \nu(z(\tau) - c);$$

$$\bar{r}(\tau) - \bar{v})\bar{\rho} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \text{x}(\tau) - \text{a} & y(\tau) - b & z(\tau) - c \\ \lambda & \mu & \nu \end{vmatrix} \bar{\imath}(y(\tau) - b\nu - z(\tau)\mu) - \bar{\jmath}\big((\text{x}(\tau) - \text{a})\nu - (z(\tau) - c)\lambda\big) + \bar{k}\big((\text{x}(\tau) - \text{a})\mu - (y(\tau) - b)\lambda\big).$$

то з попереднього рівняння знаходимо координати X, Y, Z конічної контактної поверхні із змінним кроком h:

$$X = a + (1-t)\{\lambda^2(x(\tau) - a) + \lambda\mu(y(\tau) - b) + \lambda\nu(z(\tau) - c) + [(x(\tau) - a) - \lambda^2 x(\tau) - \lambda\mu y(\tau) - \lambda\nu z(\tau)] \cdot \cos(\alpha t) + [(y(\tau) - b)\nu - (z(\tau) - c)\mu] \cdot \sin(\alpha t)\};$$

$$Y = b + (1-t)\{\mu^2(y(\tau) - b) + \nu\mu(z(\tau) - c) + \lambda\mu(x(\tau) - a) + [(y(\tau) - b) - \mu^2 z(\tau) - \mu\nu y(\tau) - \mu\lambda z(\tau)] \cdot \cos(\alpha t) + [(z(\tau) - c)\lambda - (x(\tau) - a)\nu] \cdot \sin(\alpha t)\};$$

$$Z = c + (1-t)\{\nu^2(z(\tau) - c) + \nu\lambda(x(\tau) - a) + \lambda\nu(y(\tau) - b) + [(z(\tau) - c) - \nu^2 x(\tau) - \lambda\nu z(\tau) - \mu\nu x(\tau)] \cdot \cos(\alpha t) + [(x(\tau) - a)\mu - (y(\tau) - b)\lambda] \cdot \sin(\alpha t)\}.$$

Висновки. Моделювання вихідної квазігвинтової конічної поверхні дозволяє отримувати геометричну і аналітичну модель стосовно сучасних технологій по виготовленню мікрогідроциклонів.

Література

1. Подкоритов А.М. Теоретичні основи спряжених квазігвинтових поверхонь, що виключають інтерференцію / А.М. Подкоритов, Ісмаілова Н.П. – Херсон: ФОП Грінь Д. С., 2016. – 228 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ МИКРОГИДРОЦИКЛОНА С УЧЕТОМ КВАЗИВИНТОВОИ ПОВЕРХНОСТИ

Подкорытов А.Н., Исмаилова Н.П., Маковкина Т.С.

В работе рассматривается вопрос геометрического моделирования поверхности потока и его аналитическая интерпретация, для создания точного высокопроизводительного микрогироциклона.

Ключевые слова: геометрическое моделирование, квазивинтовая поверхность, микрогидроциклон, аналитическая интерпретация.

SIMULATION OF MICROHYDROCYCLE C ACCOUNTABILITY OF QUASIVINE SURFACE

Podkorytov A., Ismailova N., Makovkina T.

The paper deals with the geometric modeling of the flow surface and its analytical interpretation to create an accurate high-performance micro-cyclone.

Key words: geometric modeling, quasi-screw surface, microhydrocyclone, analytical interpretation.