УДК 514.182.7:519. 651

А.В. НАЙДИШ, Л.Є. НИКИФОРОВА, Д.В. СПІРІНЦЕВ
Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДПК З ПРЯМОЛІНІЙНИМИ ДІЛЯНКАМИ МЕТОДОМ ДИСКРЕТНОЇ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ НА ОСНОВІ КУТІВ ЗГУЩЕННЯ

Розглядається дискретна інтерполяція дискретно представленої кривої (ДПК) запропонованим раніше методом на основі співвідношень між кутами згущення. При цьому зберігається прямолінійність ділянок вихідної ДПК.

Ключові слова:дискретна інтерполяція, дискретно представлена крива, кути згущення, прямолінійна ділянка.

A.V. NAYDYSH, L.E. NIKIFOROVA, D.V. SPIRINTSEV

Melitopol State Pedagogical University named after Bogdan Khmelnitsky

GEOMETRICAL DESIGN OF DSC WITH RECTILINEAL BY AREAS BY METHOD OF DISCRETE INTERPOLATION ON BASIS OF CORNERS OF CONDENSING

Annotation

In the practical tasks of design often there are basic data as point rows with rectilineal areas that in the process of interpolation must remain rectilineal. At application of well-known methods of continuous interpolation this situation inevitably conduces to oscillation and falling of exactness. Therefore, for a decision the set problem, consideration of methods of discrete interpolation is perspective. A problem consists of application of methods of discrete geometrical design for a decision the set problem.

First on the necessity of decision of this task paid attention Найдыш В.М. and offered the idea of her decision on the basis of relation of the second divide differences in the key points of rectilineal area.

As one of variants of decision of this task, the method of the local condensing of ДПК is offered with rectilineal areas on the basis of an offer by us method of discrete interpolation on the basis of corners of condensing.

Discrete interpolation of discretely submitted curve (DSC) by the method offered earlier is considered on the basis of parities (ratio) between corners of a condensation. Thus straightforwardness of sites initial DSC is kept.

Keywords: discrete interpolation, discretely submitted curve, corners of condensing, rectilinear area.

Постановка проблеми. При практичному моделюванні часто зустрічаються вихідні дані у вигляді точкових рядів з прямолінійними ділянками, які в процесі інтерполяції повинні лишатися прямолінійними. При застосуванні відомих методів неперервної інтерполяції ця ситуація неминуче веде до осциляції і падіння точності. Проблема полягає у застосуванні методів дискретного геометричного моделювання для розв'язання поставленої задачі.

Аналіз останніх досліджень. Вперше на необхідність розв'язання даної задачі звернув увагу Найдиш В.М. [1] і запропонував ідею її розв'язання на основі ставлення других розділених різниць у вузлових точках прямолінійної ділянки.

Відомі методи моделювання [3] не дають змоги проводити згущення ДПК довільної конфігурації, у якої прямолінійні ділянки мають довільні розташування відносно глобальної системи координат (або мають при цьому значні ускладнення та похибки). Як один із варіантів розв'язання даної задачі, пропонується спосіб локального згущення ДПК з прямолінійними ділянками на основі запропонованого нами методу дискретної інтерполяції на основі кутів згущення [2, 4].

Формування цілей статті. Метою даної статті є висвітлення результатів дослідження застосуванню методу дискретної інтерполяції на основі шляхів згущення для розв'язання поставленої задачі.

Основна частина. Розглянемо фрагмент ДПК, заданої координатами своїх вузлів (x_i, y_i), $i=\overline{0;n}$, в глобальній системі координат (рис. 1). Цей фрагмент має опуклу ділянку $(i-2, i-1, i)$ і прямолінійну ділянку $(i, i+1, i+2, i+3)$.

При згущенні таких ДПК треба забезпечити:

1. Заданий порядок наближення згущеної опуклої ділянки $(i-2, i-1, i)$ в т. i зліва і прямої лінії

$(i,\ldots,i+3)$.

2. Таку роботу алгоритмів згущення, коли точки згущення на прямолінійній ділянці $(i,\ldots,i+3)$ розташовуються на ланках $(i,i+1),(i+1,i+2),(i+2,i+3)$.

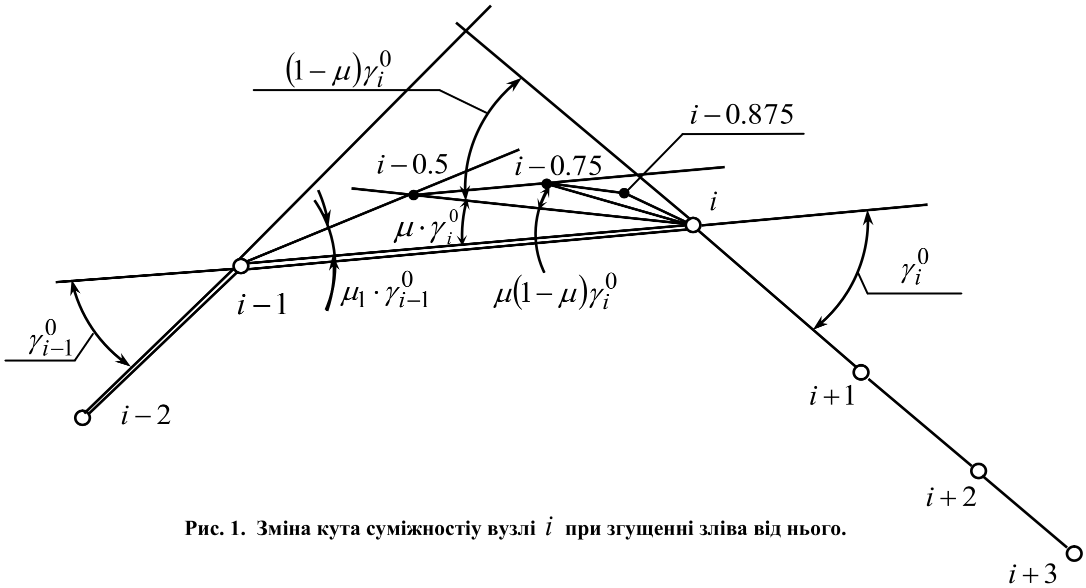

Рис. 1. Зміна кута суміжностіу вузлі i при згущенні зліва від нього.

Розглянемо розв'язання прямої задачі. Порядок наближення [3] в т. i криволінійної ділянки до прямолінійної будемо розглядати, як відношення кута суміжності γ_i^k (на K -му кроці згущення). Ланки згущеної супроводжуючої ламаної лінії (СЛЛ) ділянки $(i-1,i)$, що примикає до вузла i, до кута відношення γ_i^0 вихідної ДПК. Очевидно, що швидкість наближення (наскільки вказане відношення спадає з кожним кроком згущення). Залежить від того, як буде формуватися множина променів згущення у вузлі i. Особливість згущення в околі вузла i (зліва) полягає в тому, що кут суміжності у вузлі i весь час вимірюється від одного і того ж променя, що є продовженням ланки $(i,\ldots,i+3)$. Умовимось у подальшому [2], що тут згущення [2] у вузлі i для даного кроку згущення формується за допомогою одного і того ж коефіцієнта μ, тобто

$$\beta_i^1 = \mu\cdot\gamma_i^0,\quad \beta_i^k = \mu\cdot\gamma_i^{k-1} \tag{1}$$

Нескладні міркування доводять, що після K -го кроку згущення у вузлі i утворюється кут суміжності γ_i^k що дорівнює

$$\gamma_i^k = (1-\mu)^k\cdot\gamma_i^0 \tag{2}$$

Тоді порядок наближення η^k дорівнює

$$\eta^k = (1-\mu)^k \tag{3}$$

Оскільки $0<\mu<1$, то з кожним кроком згущення η^k зменшується, характеризуючи степінь наближення останньої ланки згущеної СЛЛ до прямолінійної ділянки. Якщо зарані задати $\eta^k=\varepsilon$ і деяке μ, то число кроків згущення, коли буде досягнуто заданий порядок наближення ε, дорівнює

$$\mathrm{K} = E\left(\frac{\lg\varepsilon}{\lg(1-\mu)}\right)+1, \tag{4}$$

де $E(\cdot)$ – ціла частина від виразу у дужках.

Швидкість наближення можна збільшити або зменшити шляхом зміни μ на кожному кроці згущення. Тоді замість (3) маємо

$$\eta^k = \prod_{m=1}^{k}(1-\mu_m). \tag{5}$$

Число кроків згущення для досягнення заданого ε в цьому випадку визначається шляхом послідовного збільшення K до досягнення умови $\eta^k \le \varepsilon$.

Розглянемо розв'язання другої задачі. Прямолінійна ділянка може мати щонайменше дві ланки з нульовим значенням кута суміжності в спільному вузлі. При згущенні прямолінійних ланок можливі 2 варіанти:

1. Обидва кути суміжності у вузлах ланки дорівнюють нулю (ланка $(i+1, i+2)$ на рис. 1).
2. Один кут суміжності дорівнює нулю $\left(\gamma_{i+1}^0 = 0\right)$, а інший $\gamma_i^0 \ne 0$.(рис. 1).

Розглянемо перелічені варіанти по порядку.

1[й] варіант. $\gamma_{i+1}^0 = \gamma_{i+2}^0 = 0$. Спираючись на [2], маємо значення локальної абсциси $\bar{x}_{i+1.5}$ точки згущення

$$\overline{x}_{i+1,5} = [i+1, i+2] \cdot \frac{tg\,\beta_{i+2-}}{tg\,\beta_{i+1+} + tg\,\beta_{i+2-}}\,, \tag{6}$$

де $[i+1, i+2]$ – довжина ланки $(i+1, i+2)$,

β_{i+1+} – кут згущення справа від вузла $(i+1)$,

β_{i+2} – зліва від вузла $(i+2)$.

Оскільки $\beta_{i+1+} = \beta_{i+2-} = 0$, то розкриваючи невизнаність за правилом Лопіталя, маємо

$$\bar{x}_{i+1,5} = [i+1, i+2] \cdot \frac{1}{2}\,, \quad \bar{y}_{i+1,5} = 0\,, \tag{7}$$

тобто точка згущення розташовується посередині ланки $(i+1, i+2)$.

Аналогічну ситуацію будемо мати при наступних кроках згущення.

2[й] варіант. $\gamma_i^0 \ne 0,\ \gamma_{i+1}^0 = 0$.

Тоді

$$\bar{x}_{i+0,5} = [i, i+1] \frac{tg\,\beta_{i+1-}}{tg\,\beta_{i+} + tg\,\beta_{i+1-}}\,. \tag{8}$$

Оскільки $\beta_{i+1-} = 0$, $\beta_{i+} \ne 0$, то $\bar{x}_{i+0,5} = 0$ і $\bar{y}_{i+1,5} = 0$, тобто точка згущення $(i+0,5)$ збігається з вузлової т. i. При подальшому згущенні відрізок $[i, i+0,5] = 0$ і всі точки згущення $\left(i+0,5^m\right)$, $m = \overline{1;k}$, до K -го кроку включно збігаються з вузлом i.

Відрізок $(i+0,5, i+1)$, довжина якого дорівнює $[i, i+1]$ має в граничних точках $(i+0,5)$ і $(i+1)$ нульові кути суміжності і тому згущається у відповідності з варіантом 1.

Збіг точок i і $\left(i+0,5^m\right)$ на межі опуклої і прямолінійної ділянок підкреслює відповідний порядок їх наближення.

Висновки. Згущення ДПК з прямолінійними ділянками включає два етапи: згущення опуклої ділянки з забезпеченням заданого порядку її наближення до прямолінійної ділянки i, власне, згущення прямолінійної ділянки. Розроблені раніше [2] алгоритми успішно виконують вказані розрахунки і побудови.

Література

1. Найдиш В.М. Можливості та перспективи розвитку дискретного геометричного моделювання / В.М. Найдиш, В.М. Брустинов, В.М. Верещага, А.В. Найдиш // Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка». – Вип. 56 – К.:КНУБА 1994, – С. 11-13.
2. Найдиш В.М. Дискретна інтерполяція плоских точкових рядів на основі кутів згущення / В.М. Найдиш, В.О. Лебедєв // Праці Таврійської державної агротехнічної академії. – Вип. 4, Т. 20. – Мелітополь: ТДАТА, 2003. – С. 43-48
3. Математическая энциклопедия / Гл. ред. И. М. Виноградов Т.4 Ок–Сло. – М: "Советская энциклопедия", 1984. – 1216 с.
4. Найдиш А.В. Метод дискретної інтерполяції на основі кутів згущення / А.В. Найдиш, В.С. Єремєєв, В.О. Лебедєв // "Прикладна геометрія та інженерна графіка".– К.:КНУБА 2013, – Вип. 91 – С. 193-198.