

УДК 378.091.33:514.12

Методика викладання теми «Поверхні II порядку»

в курсі аналітичної геометрії

Титаренко Наталія Євгенівна

Рак Людмила Олександрівна

Мелітопольський державний педагогічний

університет ім. Б. Хмельницького

Ключові слова: аналітична геометрія, поверхні II порядку, метод перерізів, методика викладання, принцип наочності, Maple, мотивація навчальної діяльності.

Анотація. В статті обґрунтовується необхідність створення нових педагогічних технологій і методики навчання аналітичної геометрії з урахуванням нових освітніх вимог. Авторами пропонується методика викладання теми «Поверхні другого порядку» з використанням графічних об'єктів у тривимірному просторі. Озброєння студентів алгоритмами розв'язання основних типів задач на побудову є запорукою успішного розв'язання задач аналітичної геометрії. В статті висвітлюється використання пакету Maple для дослідження поверхонь II порядку методом перерізів. Пакет Maple є оптимальним комп'ютерним засобом для створення графічних об'єктів, який реалізує принцип наочності при вивченні аналітичної геометрії. Використання Maple при розв'язанні аналітичних задач дає викладачу можливість не просто обирати з наданих йому об'єктів, а й створювати їх, або ж вносити зміни, відповідно до поставленої мети заняття. В результаті практичного заняття студенти навчилися будувати поверхні другого порядку, знаходити перерізи даних поверхонь заданими площинами, встановлювати зв'язок між перерізом поверхні та її назвою, вміти встановлювати осі та площини симетрії при зміні параметрів поверхні, приводити рівняння поверхні до канонічного виду, розв'язувати задачі.

Ключевые слова: аналитическая геометрия, поверхности II порядка, метод сечений, методика преподавания, принцип наглядности, Maple, мотивация учебной деятельности.

Аннотация. В статье обосновывается необходимость создания новых педагогических технологий и методики обучения аналитической геометрии с учетом новых образовательных требований. Авторами предлагается методика преподавания темы «Поверхности второго порядка» с использованием графических объектов в трехмерном пространстве. Вооружение студентов алгоритмами решения основных типов задач на построение является залогом успешного решения задач аналитической геометрии. В статье освещается использование пакета Maple для исследования поверхностей II порядка методом сечений. Пакет Maple является оптимальным компьютерным средством для создания графических объектов, реализующий принцип наглядности при изучении аналитической геометрии. Использование Maple при решении аналитических задач дает преподавателю возможность не просто выбирать из предоставленных ему объектов, но и создавать их, или же вносить изменения, в соответствии с поставленной целью занятия. В результате практического занятия студенты научились строить поверхности второго порядка, находить сечения данных поверхностей заданными плоскостями, устанавливать связь между сечением поверхности и ее названием, уметь устанавливать оси и плоскости симметрии при изменении параметров поверхности, приводить уравнение поверхности к каноническому виду, решать задачи.

Keywords: analytic geometry, surfaces of the second order, the method of sections, methods of teaching, the principle of clarity, Maple, motivation training activities.

Summary. In the article the necessity of creating new educational technologies and methods of teaching analytical geometry with new educational requirements is based. The authors offer a method of teaching the topic "Surfaces of the

second order" using graphics in three dimensions. Using students basic types of algorithms for solving problems is the key to a successful solution of problems of analytical geometry. The article highlights the use of Maple package for the study of surfaces by second order sections. Maple package is the best computer way to create graphic objects, which implements the principle of clarity in the study of analytic geometry. Using Maple for solving analytical problems gives teachers the opportunity not just to choose from the objects granted to him, but also to create them, or make changes according to the purpose of the lesson. As a result of the practical lessons students learned to build surfaces of the second order, to find sections of given surfaces, to establish a link between the surface cross section and its name, to be able to set axis and the plane of symmetry when changing the surface to bring the equation of surface to canonical form and resolve problems.

Вступ. Важливу роль в математичній підготовці фахівців в педагогічних університетах відіграє аналітична геометрія. Адже курс аналітичної геометрії спрямований на розуміння студентами її наукової ідеї та методу, на розвиток їх просторового уявлення реального світу. Взаємозв'язок аналітичної геометрії з іншими математичними дисциплінами сприяє здобуттю студентами знань і умінь, які дають можливість отримати якісну освіту.

Розв'язуючи задачі з аналітичної геометрії, студент зустрічається з проблемою побудови малюнка. Планіметричний малюнок здебільшого відтворює реальний макет фігури, відображає всі її властивості та виконується відповідно до умови задачі або теореми. На малюнку просторової фігури, поверхні чи тіла спотворюються довжини відрізків і величини кутів, він має певні графічні умовності. [1] Наприклад, побудова поверхонь другого порядку методом перерізів. І тут у студента виникають труднощі: по-перше, необхідно вміти правильно зобразити просторову фігуру або поверхню, враховуючи її властивості і властивості паралельної

проекції; по-друге, необхідно вміти правильно уявити просторову фігуру або поверхню за її умовним зображенням.

Отже, саме аналітична геометрія є однією з тих дисциплін, в яких реалізація принципу наочності стає незамінною. Тема «Поверхні другого порядку» більш, ніж інші розділи аналітичної геометрії, вимагає наочності, що потребує використання великої кількості креслень, побудов, тощо. Помічником для розв'язання цієї проблеми є комп'ютерні математичні пакети, які поєднують в собі сучасний інтерфейс і графічні засоби. Використання їх в навчальній діяльності дозволяє стимулювати інтерес і допитливість студентів та сприяти формуванню інформаційної компетентності майбутнього фахівця.

Науково-методичною проблемою є пошук оптимальних комп'ютерних засобів для створення викладачем математики графічних об'єктів, а також пошук ефективних методів використання комп'ютерної графіки як засобу реалізації принципу наочності при вивченні поверхонь другого порядку.

У наукових роботах вітчизняних і зарубіжних вчених накопичений значний досвід використання ІКТ в навчальному процесі ВНЗ.

Дослідження проблематики є актуальним, праці С.П. Баранова, В.Г. Болтянського, А.В. Брушлінського, М.Б. Воловіча, Р. Грегорі, Л. С. Коршунової, А. Н. Леонтєва, Г. Песталоцці, Н.А. Резника, Ж. Ж. Руссо, М.Б. Ричика, С.Д. Смирнова, К.Д. Упганського, Л.М. Фрідмана та інших науковців досить широко розкривають суть проблеми.

Однак проблему розвитку мотивації навчальної діяльності студентів в навчально-методичній літературі досліджено частково. Тому було поставлено завдання – виявити педагогічні засоби для цілеспрямованого формування освітньої мотивації студентів за рахунок використання технологічних можливостей, що надаються інформаційно-комунікативним освітнім середовищем ВНЗ.

Одним із зручних засобів використання комп'ютерних технологій на заняттях геометрії є математичний пакет Maple, який призначений для інженерних і математичних розрахунків. Широкі графічні можливості дозволяють будувати графіки складних функцій, тривимірні поверхні, векторні поля. Система забезпечена засобами анімації, які дозволяють розглядати тимчасову еволюцію математичних моделей в динаміці. [2]

Постановка задачі: навчити студентів розв'язувати задачі з теми «Поверхні другого порядку», використовуючи можливості Maple. В результаті студенти повинні знати: види поверхонь другого порядку, їх канонічні рівняння та властивості. А також студенти повинні вміти: будувати поверхні другого порядку, знаходити перерізи даних поверхонь заданими площинами, встановлювати зв'язок між перерізом поверхні та її назвою, вміти встановлювати осі та площини симетрії при зміні параметрів поверхонь, приводити рівняння поверхні до канонічного виду, розв'язувати задачі.

Розглянемо окремі етапи практичного заняття на тему «Поверхні II порядку» з використанням Maple.

Еліптичний циліндр - циліндрична поверхня другого порядку, для якої твірною служить еліпс. Її отримують при переміщенні еліпса вздовж направляючої прямої. Рівняння еліптичного циліндра має вид:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

1) Побудуємо за допомогою Maple еліптичний циліндр (Рис.1):

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$$

**>with(plots):implicitplot3d({x^2/16+y^2/4-1},x=-6..6,y=-6..6,z=-6..6,
axes=BOXED,style=line);**

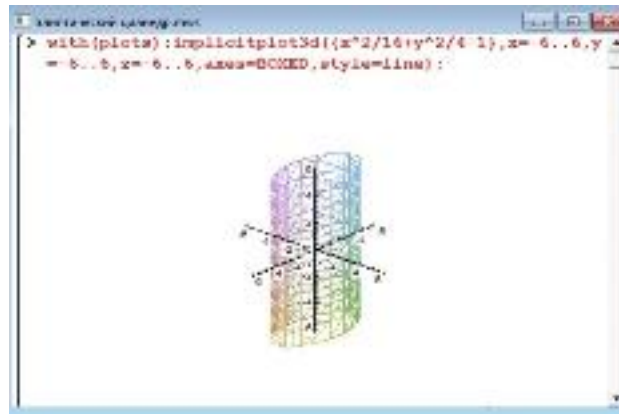


Рис.1. Побудова еліптичного циліндра за допомогою Maple
[складено автором]

2) А тепер побудуємо за допомогою Maple еліптичні циліндри (Рис. 2):

$$\frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1 \qquad \frac{x^2}{16} + \frac{z^2}{9} = 1$$

>with(plots):implicitplot3d({y^2/4+z^2/9-1},x=-6..6,y=-6..6,z=-6..6,
axes=BOXED,style=line);

>with(plots):implicitplot3d({x^2/16+z^2/9-1},x=-6..6,y=-6..6,z=-6..6,
axes=BOXED,style=line);

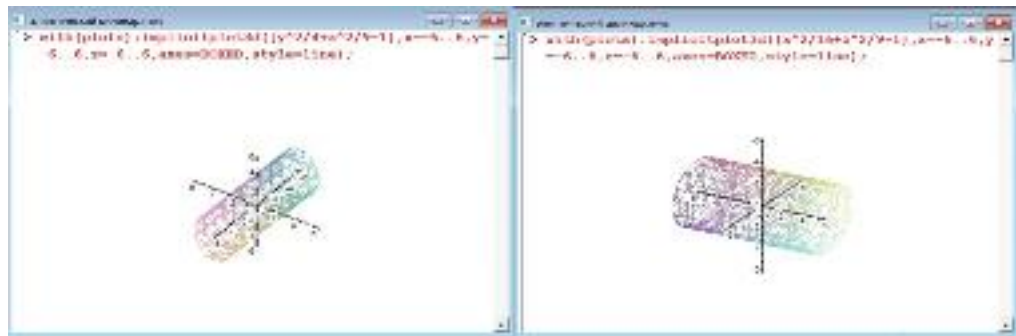


Рис. 2. Побудова еліптичних циліндрів за допомогою Maple
[складено автором]

Мета цього завдання – «наштовхнути» студентів на висновок, що відсутня в рівнянні еліптичного циліндра координата вказує на вісь симетрії цієї поверхні. Варіювати координатні вісі можна також в параболічному циліндрі, гіперболічному циліндрі, еліптичному параболоїді і гіперболічному параболоїді. [3]

3) Побудуємо перерізи еліптичного циліндра $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$

площинами $x=h$, $y=h$, $z=h$.

$$\begin{cases} \frac{y^2}{4} = 1 - \frac{h^2}{16} \\ x = h \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x^2}{16} = 1 - \frac{h^2}{4} \\ y = h \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1 \\ z = h \end{cases}$$

```
>with(plots):implicitplot({y^2/4-1-1/16}, x=-6..6, y=-6..6,
axes=BOXED, style=line);
```

```
>with(plots):implicitplot({x^2/16-1-1/4}, x=-6..6, y=-6..6,
axes=BOXED, style=line);
```

```
>with(plots):implicitplot({x^2/16+y^2/4-1},x=-6..6,y=-6..6,
axes=BOXED, style=line);
```

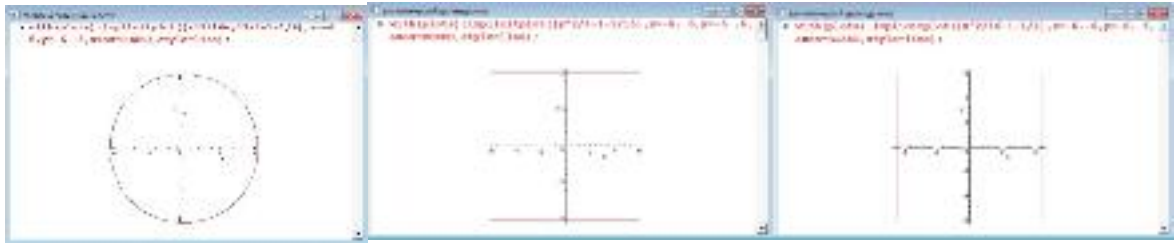


Рис. 3. Переріз еліптичного циліндра площинами $x=h$, $y=h$ та $z=h$ відповідно за допомогою Maple [складено автором]

В перерахованих двох випадках, якщо замінити x на h , y на h , то отримаємо в перерізі дві паралельні площини, в останньому випадку (при $z=h$) – еліпс, що пов'язано з назвою поверхні. Аналогічно переріз параболічного циліндра $y^2 = 2px$ площиною $z=h$ визначає параболу, а гіперболічного циліндра $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ - гіперболу.

Однопорожнинний гіперболоїд. Однопорожнинним гіперболоїдом називається поверхня, що утворюється обертанням гіперболи навколо її уявної осі, і яка в канонічній системі координат визначається рівнянням:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

1) Побудуємо за допомогою Maple однопорожнинний гіперболоїд (Рис.5):

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$$

>with(plots):implicitplot3d({x^2/16+y^2/4-z^2/9-1},x=-10..10,y=-5..5,z=-5..5,axes=BOXED,style=line);

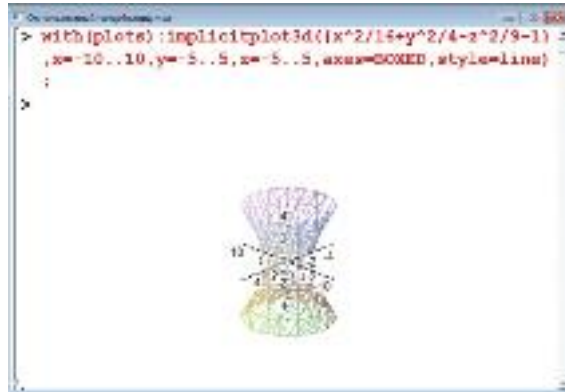


Рис.5. Побудова однопорожнинного гіперболоїда за допомогою Maple [складено автором]

2) Переміщуючи знак «-» у формулі однопорожнинного гіперболоїда

$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$ по черзі до x^2 та до y^2 , побудуємо ці поверхні (Рис.6).

$$-\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1$$

>with(plots):implicitplot3d({-x^2/16+y^2/4+z^2/9-1},x=-5..5,y=-5..5,z=-5..5,axes=BOXED,style=line);

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1$$

>with(plots):implicitplot3d({x^2/16-y^2/4+z^2/9-1},x=-15..15,y=-5..5,z=-10..10,axes=BOXED,style=line);

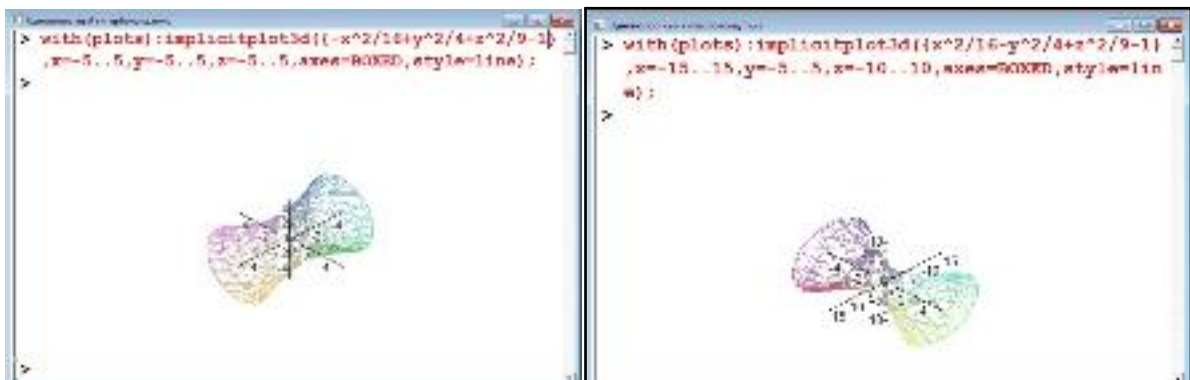


Рис.6. Побудова однопорожнинного гіперболоїда при переміщенні знака «-» до x^2 та до y^2 за допомогою Maple [складено автором]

Виконуючи це завдання, студенти мають дійти висновку, що знак «-» при одній з координат в рівнянні однопорожнинного (і двопорожнинного) гіперболоїда вказує на вісь симетрії цієї поверхні.

3) Побудуємо перерізи даної поверхні площинами $x=h$, $y=h$, $z=h$.

$$\begin{cases} \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1 + \frac{h^2}{9} \\ z = h \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1 - \frac{h^2}{16} \\ x = h \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x^2}{16} - \frac{z^2}{9} = 1 - \frac{h^2}{4} \\ y = h \end{cases}$$

Побудуємо отримані перерізи за допомогою Maple при $h=1$ (Рис.30):

$$\begin{cases} \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1 + \frac{h^2}{9} \\ z = h \end{cases}$$

>with(plots):implicitplot({x^2/16+y^2/4-1/9-1},x=-15..15,y=-5..5,

axes=BOXED, style=line);

$$\begin{cases} \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1 - \frac{h^2}{16} \\ x = h \end{cases}$$

>with(plots):implicitplot({y^2/4-z^2/9-1/16-1},y=-15..15,z=-5..5,

axes=BOXED, style=line);

$$\begin{cases} \frac{x^2}{16} - \frac{z^2}{9} = 1 - \frac{h^2}{4} \\ y = h \end{cases}$$

>with(plots):implicitplot({x^2/16-z^2/9-1/4-1},x=-15..15,z=-5..5,

axes=BOXED, style=line);

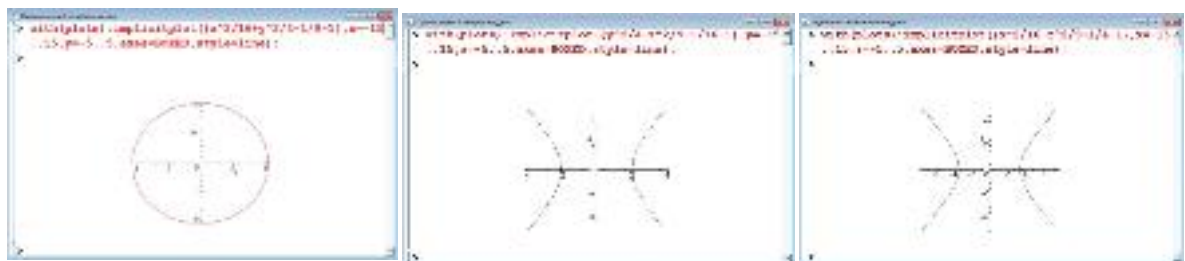


Рис.7. Переріз однопорожнинного гіперболоїда площинами $z=h$, $x=h$ та $y=h$ відповідно за допомогою Maple [складено автором]

Якщо замінити x на h , y на h , то отримаємо в перерізі гіперболи, а якщо замінити z на h , то отримаємо еліпс, що пов'язано з назвою даної поверхні.

Конус – це поверхня, що утворюється рухом прямої, яка проходить крізь нерухому точку, вздовж еліпса (або кола). Конус другого порядку в канонічній системі координат має вид:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$$

1) Побудуємо за допомогою Maple конус другого порядку (Рис.8):

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 0$$

>with(plots):implicitplot3d({x^2/16+y^2/4-z^2/9=0},x=-20..20,y=-10..10,z=-10..10,axes=BOXED, style=line);

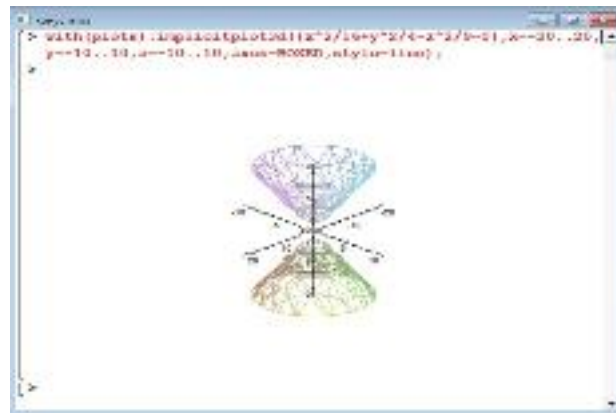


Рис.8. Побудова конуса другого порядку за допомогою Maple
[складено автором]

2) Побудуємо перерізи конуса площинами $x=h$, $y=h$, $z=h$.

$$\begin{cases} \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = \frac{h^2}{9} \\ z = h \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = -\frac{h^2}{16} \\ x = h \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x^2}{16} - \frac{z^2}{9} = -\frac{h^2}{4} \\ y = h \end{cases}$$

Якщо замінити x на h та y на h , то отримаємо в перерізі спряжені гіперболи, а якщо замінити z на h , то отримаємо еліпс.

Слід звернути увагу студентів, що перетинаючи конус різними площинами, можна отримати всі криві II порядку – еліпс(коло), гіперболу, параболу і виділити час на пошук та ознайомлення з

математичними творами Аполлонія Пергського, Менехма, Евкліда, Архімеда та інших видатних математиків про конічні перерізи.

В результаті обговорення цього практичного заняття були визначені переваги і недоліки використання педагогічного програмного засобу Maple при вивченні теми «Поверхні другого порядку».

Переваги:

- наочність – побудувавши декілька варіантів кожної поверхні та їх перерізи, студенти побачили зв'язок між виглядом рівняння поверхні та її віссю симетрії, між формою перерізу та назвою поверхні ;
- швидкість виконання завдань – студенти встигли побудувати основні поверхні другого порядку та їх найважливіші перерізи;
- розвиток навичок самостійної роботи – викладач тільки керував навчальним процесом і при необхідності консультував студентів;
- тестування – студенти мали можливість перевірити свої знання, відповідаючи на тестові завдання двох типів: встановити назву поверхні за її зображенням та встановити рівняння поверхні за її назвою;
- при приведенні рівняння поверхні до канонічного виду в зошиті студенти мали можливість перевірити правильність побудови поверхні за допомогою пакету Maple;
- ознайомлення з можливостями математичного пакету Maple;
- вдосконалення практичних навичок роботи на комп'ютері.

Недоліки:

- необхідність виділення певного часу на ознайомлення з пакетом Maple;
- не була задіяна моторна пам'ять – студенти, в яких переважає цей тип пам'яті, краще розуміють і запам'ятовують матеріал, виконуючи власні креслення.

Висновок. Очевидно, пакет Maple є оптимальним комп'ютерним засобом для створення викладачем математики графічних об'єктів, який реалізує принцип наочності при вивченні теми «Поверхні II порядку».

Використання Maple при розв'язанні аналітичних задач дає викладачу можливість не просто обирати з наданих йому об'єктів, а й створювати їх, або ж вносити зміни, відповідно до поставленої мети заняття. На основі створеної комп'ютерної графіки можуть бути розроблені серії аналогічних наочних моделей для вивчення аналітичної геометрії в цілому.

Апробація розробленої методики підтвердила ефективність використання комп'ютерних графічних об'єктів при вивченні аналітичної геометрії. Використання педагогічного програмного засобу Maple привело до підвищення якості знань студентів, сприяло формуванню в студентів правильних графічних образів.

Список використаних джерел

1. Фридман Л.М. Наглядность и моделирование в обучении. Роль моделирования в педагогическом процессе. Педагогика: Учебн. для студ. высш. пед. уч. заведений. – 4-е изд. М., 2003.
2. Говорухин, В.Н. Введение в Maple. Математический пакет для всех / В.Н. Говорухин, В.Г. Цыбулин.– М.: Мир, 1997. – 208 с.
3. Титаренко Н.Е., Меренда А.П. Использование информационно-коммуникационных технологий при изучении темы «Поверхности второго порядка» / Матеріали Міжнародної наукової Інтернет - конференції. – Мелітополь: Науковий вісник МДПУ, 2012.

References

1. L. Friedman. Visualization and simulation in training. The role of simulation in the pedagogical process. Psychology: Training. for students. A textbook for students of university. - 4th ed. M., 2003.
2. V. N. Govorukhin. Introduction to Maple. Mathematical package for all / V.N. Govorukhin, V. Tsybulin.- M.: Mir, 1997. - 208 p.
3. N.E. Titarenko, A. P. Merenda. Information and communication technologies in the study of the topic "The surfaces of the second order" / Materials of International Internet - conference. -Melitopol: MSPU Science Bulletin, 2012.