Елементи STEM-освіти у викладанні математики

Элементы STEM-образования в преподавании математики

Elements of STEM-education in teaching mathematics

Титаренко Наталія Євгенівна

Стрілець Олена Володимирівна

Мелітопольський державний педагогічний університет ім. Богдана Хмельницького

Ключові слова: STEM-освіта, компетентність, системний світогляд, підготовка педагогів, інтегровані уроки, відсотки, капітал, купол церкви, площа поверхні.

Анотація. В статті розглядається STEM-орієнтований підхід до навчання, як один з актуальних напрямів модернізації природничо-математичної освіти. Звертається увага на необхідність якісної підготовки педагогів, спроможних використовувати інноваційні практики міждисциплінарного навчання, методи та засоби навчання з акцентом на розвиток дослідницьких компетенцій. Пропонуються інтегровані уроки, які спрямовані на встановлення міжпредметних зв'язків, що сприяють формуванню в учнів цілісного, системного світогляду. Досліджується вплив практико-орієнтованих завдань на формування стійкої мотивації у вивченні математики, розвиток творчого мислення, комплексне розуміння проблем, вибір майбутньої професії. Розглядаються приклади уроків алгебри (відсотки у житті) та геометрії (способи обчислення площі поверхні церковного купола), які сприяють фінансовій освіченості учнів, розвитку критичного мислення та інженерній винахідливості.

***Ключевые слова*:** STEM-образование, компетентность, системное мировоззрение, подготовка педагогов, интегрированные уроки, проценты, капитал, купол церкви, площадь поверхности.

Аннотация. В статье рассматривается STEM-ориентированный подход к обучению, как одно из актуальных направлений модернизации естественно-математического образования. Обращается внимание на необходимость качественной подготовки педагогов, способных использовать инновационные практики междисциплинарного обучения, методы и средства обучения с акцентом на развитие исследовательских компетенций. Предлагаются интегрированные уроки, направленные на установление межпредметных связей, способствующих формированию у учащихся целостного, системного мировоззрения. Исследуется влияние практико-ориентированных задач на формирование устойчивой мотивации в изучении математики, развитие творческого мышления, комплексное понимание проблем, выбор будущей профессии. Рассматриваются примеры уроков алгебры (проценты в жизни) и геометрии (способы вычисления площади поверхности церковного купола), которые способствуют финансовой образованности учащихся, развитию критического мышления и инженерной изобретательности.

Keywords: STEM-education, competence, system worldview, teacher training, integrated lessons, interest, capital, dome of church, surface area.

Summary. The article considers the STEM-oriented approach to learning, as one of the current areas of modernization of natural-mathematical education. Attention is drawn to the need for high-quality training of teachers who are able to use innovative practices of interdisciplinary training, teaching methods and tools with a focus on the development of research competencies. We offer integrated lessons aimed at establishing interdisciplinary connections that contribute to the formation of students' holistic, systemic worldview. The influence of practice-oriented tasks on the formation of sustainable motivation in the study of mathematics, the development of creative thinking, a comprehensive understanding of the problems, the choice of future profession is investigated. Examples of the lessons of algebra (percentages in life) and geometry (methods of calculating the surface area of the church dome) that contribute to the financial education of students, the development of critical thinking and engineering ingenuity are considered.

Вступ. Одним з актуальних напрямків модернізації та інноваційного розвитку природничо-математичного, гуманітарного профілів освіти виступає STEM-орієнтований підхід до навчання, який сприяє популяризації інженерно-технологічних професій серед молоді, підвищенню поінформованості про можливості їх кар’єри в інженерно-технічній сфері, формуванню стійкої мотивації у вивченні дисциплін, на яких ґрунтується STEM-освіта.[1]

Якість впровадження STEM-освіти багато в чому визначається компетентністю та рівнем професійної діяльності науково-педагогічних працівників, наскільки активно вони використовують новітні педагогічні підходи до викладання й оцінювання, інноваційні практики міждисциплінарного навчання, методи та засоби навчання з акцентом на розвиток дослідницьких компетенцій. У зв’язку з цим, останнім часом посилена увага приділяється здійсненню якісної підготовки педагогів. [1]

Отже, завдання університетів – підготувати (і швидко перепідготувати) педагогів, які б уже сьогодні-завтра могли реалізовувати STEM-освіту, і допомогли середній школі організувати таке навчання не окремо по кожній з дисциплін STEM, а в комплексі.

Постановка задачі. Особливою формою наскрізного STEM-навчання є інтегровані уроки, які спрямовані на встановлення міжпредметних зв’язків, що сприяють формуванню в учнів цілісного, системного світогляду, актуалізації особистісного ставлення до питань, що розглядаються на уроці, оскільки «сьогодні діти отримують фрагментарні знання, які можна порівняти з пазлами, і лише у небагатьох учнів ці «пазли» складаються в єдину «картину» світу». (О. Барна)

Розглянемо використання елементів STEM-освіти на уроці математики в дев’ятому класі, що сприяє фінансовій освіченості та професійному самовизначенню учнів.

Приклад 1. Вкладник щомісячно вносить в банк на свій рахунок 1000 грн. під 12% річних (1% щомісяця). Який капітал він отримає через

10 років, якщо нараховані щомісячно % приєднуються до початкового вкладу (капіталізуються)? Скільки % матиме вкладник щомісячно з цього капіталу за тією ж відсотковою ставкою?

1. $1000\cdot1{,}01=1010$ грн. після $1^{го}$ місяця

2. $(1000\cdot1{,}01+1000)\cdot1{,}01=2030$ грн. після $2^{го}$ місяця

3. $((1000\cdot1{,}01+1000)\cdot1{,}01+1000)\cdot1{,}01=3060$ грн. після $3^{го}$ місяця

4. $(((1000\cdot1{,}01+1000)\cdot1{,}01+1000)\cdot1{,}01+1000)\cdot1{,}01=4100.6$ грн. після $4^{го}$ міс.

Розглянемо детальніше розрахунок капіталу за $4^{ий}$ місяць:

$(((1000\cdot1{,}01+1000)\cdot1{,}01+1000)\cdot1{,}01+1000)\cdot1{,}01=$

$=((1000\cdot1{,}01^2+1000\cdot1{,}01+1000)\cdot1{,}01+1000)\cdot1{,}01=$

$=(1000\cdot1{,}01^3+1000\cdot1{,}01^2+1000\cdot1{,}01+1000)\cdot1{,}01=$

$=1000\cdot1{,}01^4+1000\cdot1{,}01^3+1000\cdot1{,}01^2+1000\cdot1{,}01=$

$=1000\cdot(1{,}01^4+1{,}01^3+\cdot1{,}01^2+1{,}01)=1000\cdot\frac{1{,}01\cdot(1{,}01^4-1)}{1{,}01-1}=$

$=1000\cdot\frac{1{,}01\cdot(1{,}01^4-1)}{0{,}01}=4101$ грн.

В процесі розрахунку учні бачать, що останній вираз в дужках є сумою геометричної прогресії [2], де $b_1=1{,}01,\ q=1{,}01,\ n=4$.

Таким чином, для 10 років маємо $n=10\cdot\ 12=120$ місяців:

$1000\cdot\frac{1{,}01\cdot(1{,}01^{120}-1)}{1{,}01-1}=1000\cdot101\cdot(1{,}01^{120}-1)=232339{,}1$ грн.

Отже, фактично поклавши в банк 1000·120=120000 грн., вкладник отримав капітал 232339 грн, тобто 232339–120000=112339 грн. прибутку (майже подвоїв свій вклад).

Тепер обчислимо скільки грн. щомісячно буде мати вкладник зі свого капіталу за відсотковою ставкою 12% річних (якщо припинить вносити щомісячно 1000 грн.).

232339·0,01=2323,39 грн.

Яку суму грошей ви хотіли б отримувати щомісячно? 5000 грн.? 10000 грн.?

Давайте визначимо розмір капіталу, з якого щомісячно можна отримувати 5000 грн. (10000 грн.) під 12% річних.

5000:0,01=500000 грн. (півмільйона)

10000:0,01=1000000 грн. (мільйон)

Тепер знайдемо розмір щомісячного внеску x, який за 10 років забезпечить капітал у півмільйона грн. (мільйон грн.).

$$x \cdot \frac{1{,}01 \cdot (1{,}01^{120} - 1)}{1{,}01 - 1} = 500000 \qquad \text{(або 1000000)}$$

1) $232{,}339 \cdot x = 500000$

$x = 500000 : 232{,}339$

$x = 2152$ грн.

2) $232{,}339 \cdot x = 1000000$

$x = 1000000 : 232{,}339$

$x = 4304$ грн.

Отже, роблячи внесок у розмірі 2152 грн (4304 грн) щомісячно під 12% річних через 10 років ви зможете отримувати відсотки від капіталу у розмірі 5000 грн. (10000грн.).

Ці досить несподівані для дев’ятикласників результати викликають шквал питань: а якщо вкладати 20 років, а якщо вкладати 5000 грн щомісячно, а якщо я хочу отримувати щомісяця 20000грн? Ці питання і визначають домашнє завдання! Для демонстрації того, що відсотки можуть зробити людину і багатшою, і біднішою, доцільно розрахувати відсотки по банківському кредиту.

Наступного разу можна обговорити результати обчислень кожного учня. Потім поставити питання: як довго ви плануєте працювати (скільки років зможете відкладати гроші) і який прибуток ви плануєте отримувати щомісячно після припинення роботи? Після таких питань можна плавно перейти до вибору майбутньої професії. Цього разу домашнім завданням буде проаналізувати ринок праці в Україні за обраною спеціальністю (зайнятість, мінімальна та максимальна зарплатня, можливість кар'єрного зростання, побудова власного бізнесу). Наступним кроком буде запрошення шкільного психолога для проведення профтестування.

В результаті таких занять учні приходять до висновку, що

1) математика – це цікаво;

2) математика – це корисно;

3) математика допомагає планувати життя.

Одним з ефективних засобів формування компетентностей є проектна діяльність. Виконання навчальних проектів передбачає дослідницьку, творчу діяльність учнів, спрямовану на отримання самостійних результатів під керівництвом учителя.

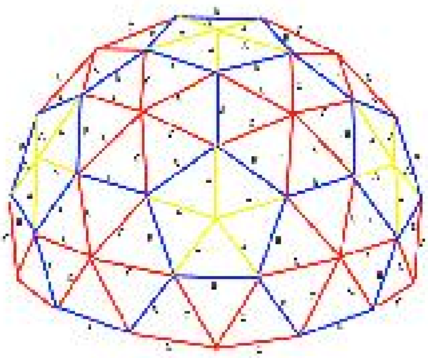
З метою залучення учнів до практичної діяльності бажано надати пріоритет засвоєнню навчального матеріалу у процесі екскурсій, квестів, конкурсів, фестивалів, хакатонів, практикумів тощо.

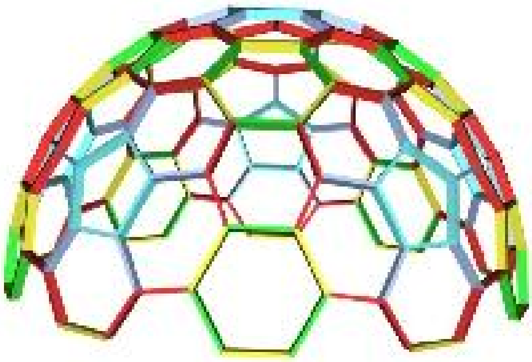
Розглянемо ще одне наскрізне практичне завдання, яке можна розглядати на уроках математики у 9 класі, 11 класі та на II-III курсі математичних спеціальностей ВНЗ.

Приклад 2. Обчислити кількість листового золота, необхідного для покриття купола церкви, що має форму півкулі діаметром 5 м?

Цьому завданню може передувати оглядова екскурсія по церквах міста, проведена на уроці історії України або класному часі. Також учні можуть отримати завдання знайти інформацію про форми куполів, їх кількість та історичне значення, розрахунок і побудову купола.

1. *У дев'ятому класі* вивчають площі фігур: квадрата, ромба, прямокутника, паралелограма, трапеції, кола та його елементів. Досліджуючи види покриттів купола учні приходять до висновку, що покриття може складатися з правильних трикутників, правильних шестикутників, ромбів і квадратів, площі яких вони вміють обчислювати. Отже, необхідно знайти довжини сторін відповідних фігур та їх кількість.





Оскільки діаметр півкулі 5м, то довжина кола діаметрального перерізу дорівнює $C = 2\pi R = \pi D$, $C = 3{,}14 \cdot 5 = 15{,}7$ м. Розіб'ємо цю довжину на 50 частин (кількість частин визначається бажаною довжиною сторони обраної геометричної фігури): 15,7 : 50 = 0,314 м – це довжина сторони правильного трикутника, з яких складатиметься купол. Розіб'ємо півкулю на пояси, висота h кожного з них буде дорівнювати висоті правильного трикутника зі стороною 0,314 м. За теоремою Піфагора знайдемо

$$h = \sqrt{0{,}314^2 - \left(\frac{0{,}314}{2}\right)^2} = \frac{0{,}314\sqrt{3}}{2} = 0{,}272 \text{ м}$$

Таким чином, перший пояс матиме довжину 15,7 м і ширину 0,272 м і складатиметься із 50·2=100 трикутників. Обчислимо кількість поясів: $\frac{1}{4}$ частину довжини діаметрального перерізу розділимо на висоту правильного трикутника $\frac{1}{4}\cdot 15{,}7:0{,}272 = 14{,}43$. Отже, маємо 14 поясів і останній пояс будемо розглядати як круг поки невідомого радіуса.

Знайдемо довжину 2$^{\text{го}}$ пояса: $2\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot 15{,}7 - 2\cdot 0{,}272\right) = 14{,}612$ м

Цей другий пояс довжиною 14,612 м і шириною 0,272 м складається з $14{,}612:0{,}314\cdot 2 = 93{,}07$ трикутників.

Знайдемо довжину 3$^{\text{го}}$ пояса: $2\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot 14{,}612 - 2\cdot 0{,}272\right) = 13{,}524$ м

Третій пояс довжиною $13{,}524$ м і шириною 0,272 м складається з $13{,}524:0{,}314\cdot 2 = 86{,}14$ трикутників.

Результати подальших обчислень наведемо у таблиці:

№ пояса	Довжина пояса	Кількість трикутників	№ пояса	Довжина пояса	Кількість трикутників
1	15,7 м	100	8	8,084м	51,49
2	14,612 м	93,07	9	6,996м	44,56
3	13,524 м	86,14	10	5,908м	37,63
4	12,436м	79,21	11	4,82м	30,7
5	11,348м	72,28	12	3,732м	23,77
6	10,26м	65,35	13	2,644м	16,84
7	9,172м	58,42	14	1,556м	9,91

Оскільки купол складається з 14,43 поясів, то останній 15-й пояс можемо розглядати як круг радіуса (14,43 – 14)·0,272 = 0,43·0,272 = 0,117 м

Таким чином, купол складається з 100+93,07+86,14+79,21+72,28+65,35+58,42+51,49+44,56+37,63+30,7+23,77 +16,84+9,91=769,37 правильних трикутників зі стороною 0,314 м і одного круга радіуса 0,117 м.

Залишається пригадати формули для обчислення площі правильного трикутника [2] $S_1 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ і площі круга $S_2 = \pi R^2$ та обчислити їх:

$S_1 = \frac{0{,}314^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$ =0,043 м^2

S_2 = π·0,117^2 = 0,043 м^2

Отже, площа півкулі дорівнює:

S = 769,37·S_1+S_2 = 769,37·0,043+0,043 = 33,13 м^2

Для порівняння вчитель оголошує точну відповідь: S = 39,27 м^2 і пропонує учням встановити причину такої відмінності результатів. Після жвавого обговорення, дев'ятикласники приходять до висновку, що:

- кожний пояс розглядався нами як прямокутник, а насправді мав форму трапеції, верхня основа якої була трохи менша за нижню, тобто за довжину прямокутника;
- кожний пояс був опуклим, а не плоским, отже мав більшу площу;
- 15-й пояс розглядався нами як коло, а насправді це кульовий сегмент (вчитель допомагає з ідентифікацією фігури, оскільки дев'ятикласники знають сегмент кола і поки не знають сегмент кулі).

Як ви гадаєте, як можна зменшити похибку результату? Це питання дозволяє учням повною мірою проявити критичне мислення та інженерний підхід. В процесі обговорення виникають різні ідеї, і, нарешті, з'являється думка, що зменшення похибки можна досягти зменшенням сторони правильного трикутника так, щоб площі плоского і опуклого трикутників не дуже відрізнялись. Виникає слушний момент розповісти учням про граничний перехід, але це вже «зовсім інша історія» (матеріал 11 класу).

Далі можна розбити клас на 3 команди і запропонувати кожній з них домашнє завдання: обчислити площу купола за допомогою розбиття на квадрати, ромби, правильні шестикутники.

2. Найлегшим це завдання повинно стати для *11 класу*, оскільки вони знають формулу для обчислення площі сфери [3]:

$$S = 4\pi R^2$$

$$\frac{1}{2}S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}5^2 = 39{,}27 \text{ м}^2.$$

Тоді учням можна запропонувати знайти інші види куполів і спробувати обчислити їх площу за допомогою комбінації кількох геометричних тіл (наприклад, куля і конус).

3. Пропонуючи це завдання студентам-математикам, можна очікувати від них такі ідеї:

- застосувати формулу площі сфери (11 клас);
- розбити площу купола на правильні *n*-кутники з досить малою довжиною сторони (є привід пригадати граничний перехід) і знайти суму їх площ (9 клас);
- застосувати визначений інтеграл.

Розглянемо останній випадок детальніше. Діаметральним перерізом кулі є коло, що характеризується рівнянням $x^2 + y^2 = 2{,}5^2$, або параметричними рівняннями $\begin{cases} x = 2{,}5\cos t \\ y = 2{,}5\sin t \end{cases}$

Знайдемо диференціал дуги кола за формулою:

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}\,, \qquad \text{де} \begin{cases} dx = -2{,}5\sin t\ dt \\ dy = 2{,}5\ \cos t\ \ dt \end{cases}$$

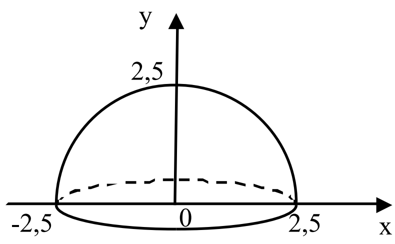
$$ds = \sqrt{(-2{,}5\sin t\ dt)^2 + (2{,}5\ \cos t\ \ dt)^2} = 2{,}5\, dt$$

Знайдемо площу поверхні обертання кола навколо осі *OX*:

$$S = \int_0^{\pi} 2\pi y\, ds$$

$$S = \int_0^{\pi} 2\pi \cdot 2{,}5\sin t \cdot 2{,}5\, dt = 12{,}5\pi \int_0^{\pi} \sin t\ \ dt = -12{,}5\pi\cos t\,\Big|_0^{\pi} =$$
$$= -12{,}5\pi\,(\cos\pi - \cos 0) = -12{,}5\pi(-1-1) = 12{,}5 \cdot 3{,}14 \cdot 2 = 78{,}54$$

$\frac{1}{2}\,S = 39{,}27\text{м}^2$



Точність результату можна перевірити за шкільною формулою поверхні сфери:
$S = 4\pi R^2$, $\frac{1}{2}S = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}5^2 = 39{,}27\text{м}^2$

Варто звернути увагу студентів на різноманітність існуючих форм церковних куполів – куля, півкуля, маківка, куля і конус, складні і комбіновані форми.

-Як в такому випадку можна обчислити площу поверхні купола? В чому полягає основна проблема?

-У визначенні виду підінтегральної функції (якщо купол є поверхнею обертання).

-Як можна визначити клас і вид цієї функції? Знання з якої дисципліни можуть нам в цьому допомогти?

-Чисельні методи, апроксимація функцій.

-Як знайти координати точок, що належать кривій, обертання якої і утворює купол?

-Можна сфотографувати купол і розташувати його в системі координат, де можна автоматично визначити координати будь-якої точки, до якої підведено курсор і знайти апроксимуючу функцію для отриманої табличної функції.

Отже, розв’язання цього завдання демонструє винахідливість студентів та їх готовність застосовувати математику для розв’язання різногалузевих завдань.

Висновок. Навчання за основними напрямками STEM-освіти дозволяє сформувати в учнів найважливіші характеристики, які визначають компетентного фахівця:

- уміння побачити проблему;
- уміння побачити в проблемі якомога більше можливих сторін і зв’язків;
- уміння сформулювати дослідницьке питання і шляхи його вирішення;
- оригінальність, відхід від шаблону;
- здатність до абстрагування або аналізу;
- здатність до конкретизації або синтезу.

Використання провідного принципу STEM-освіти - інтеграції - сприяє більш якісній підготовці молоді до успішного працевлаштування та подальшої освіти, яка вимагає різних і більш технічно складних навичок, зокрема із застосуванням математичних знань і наукових понять.[1]

Протягом виконання навчальних проектів набуваються нові знання, уміння і навички, які знадобляться в житті; розвиваються мотивація, пізнавальна активність; формується вміння самостійно орієнтуватися в інформаційному просторі, висловлювати власні судження, виявляти компетентність, презентувати свій проект.

Список використаних джерел

1. Методичні рекомендації МОН України щодо впровадження STEM-освіти у загальноосвітніх та позашкільних навчальних закладах України на 2017/2018 навчальний рік.

2. Мерзляк А.Г. Алгебра: підручник для 9 класу загальноосвітніх навчальних закладів / Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С.– Х.: Гімназія, 2017. – 272 с.: іл.

3.Геометрія: 11 клас: підручник для загальноосвітніх навчальних закладів / Бевз Г.П., Бевз В.Г., Владімірова Н.Г., Владіміров В.М. – К.: Генеза, 2011. – 336 с.: іл.

References

1. Methodical recommendations of the Ministry of Education and Science of Ukraine on the implementation of STEM-education in secondary and extra-curricular educational institutions of Ukraine for the 2017/2018 academic year.

2. Merzlyak A.G. Algebra: a textbook for the 9th form of general education institutions / Merzlyak A.G., Polonsky V.B., Yakir M.S.- Kh .: Gymnasium, 2017. - 272 p.: Il.

3. Geometry: Grade 11: Textbook for general education institutions / Bevz G.P., Bevz V.G., Vladimirova N.G., Vladimir V.M. - K .: Genesis, 2011. - 336 p.: il.