

ОСОБЛИВОСТІ ДИСКРЕТНОЇ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ ДПК В ОКОЛІ ОСОБЛИВИХ ТОЧОК

*Мелітопольська школа прикладної геометрії,
Мелітопольський державний педагогічний університет
імені Богдана Хмельницького, Україна*

В роботі представлені дослідження щодо узагальнення основних різновидів особливих точок, їх ідентифікації, а також пропонується використання методу інтерполяції на основі варіативного формування різницевих схем кутових параметрів для розв'язання задачі дискретної інтерполяції ДПК в околі особливих точок на прикладі точки загострення.

Постановка проблеми. Особливі точки (ОТ) при практичному моделюванні займають особливе місце [1], зокрема, при побудові еволут, еквідістантних кривих, при розв'язанні завдань, що пов'язані з обробкою профілів на обладнанні з ЧПК. Точність побудови ОТ та згущення ДПК поблизу них значно впливає на точність відтворення профілю і тому потребує особливої уваги. Методи неперервної інтерполяції не завжди в змозі ефективно розв'язувати дане завдання у зв'язку з неоднозначністю положення дотичної в особливій точці та нерегулярністю інтерполяційного процесу в ній. Проведені Пугачовим Є.В. [2], Найдишем В.М. і ін. [3] дослідження засвідчили ефективність розв'язання цього питання методами дискретної інтерполяції ДПК. Однак, можливості подальшого вдосконалення та розвитку даного напрямку ще не вичерпані і потребують подальших досліджень.

Аналіз останніх досліджень. У роботі Пугачова Є.В. [2] було вперше освітлено проблема дискретної інтерполяції ДПК з ОТ. В проведених ним дослідженнях [2] основна увага була приділена призначенню дотичної або дотичних (в залежності від різновиду особливої точки) в особливій точці, а також побудові точок згущення поблизу особливої точки на основі лінійних параметрів вихідної ДПК. Однак, в роботі [2] не було отримано тісного взаємозв'язку призначеної в особливій точці дотичної з дотичними в інших вузлах, а також не було розглянуто питання стосовно порядку наближення згущеної СЛЛ до призначеної в особливій точці дотичної. Питання призначення в ОТ дотичної, а також стосовно порядку наближення згущеної СЛЛ до призначеної в ОТ були розглянуті у роботах В.М. Найдишем [3]. Однак, даний напрямок досліджень потребує подальшого розвитку та вдосконалення, особливо в

питанні ідентифікації особливих точок. Тому актуальним є питання використання методу дискретної інтерполяції ДПК на основі варіативного формування різницевих схем кутових параметрів [5] щодо розв'язку задач інтерполяції поблизу ОТ ДПК.

Мета досліджень. Метою статті є узагальнення різновидів ОТ, розгляд питання ідентифікації особливих точок, а також використання методу варіативного формування різницевих схем кутових параметрів розв'язання для інтерполяції ДПК в околі ОТ.

Основна частина. В практиці дискретного геометричного моделювання використовуються різновиди ОТ [1,2], наведені на рис. 1. Ідентифікація ОТ ДПК потребує особливої уваги дослідників, оскільки дискретність вихідної інформації не завжди дозволяє однозначно їх визначити. Для їх визначення скористаємося способом, запропонованим професором В.М. Найдишем [4] при розгляданні диференціально-геометричних властивостей для опуклих ДПК (таблиця 1).

Таблиця 1

Визначення особливих точок

| Різновид ДПК | Пояснення | | | | | | | | | |
|---|---|----------------|--|----------------|--|------------|--|----------------|--|----------------|
| <i>точка загострення, точка зламу</i> | $\alpha_{i-3} < \alpha_{i-2} < \alpha_{i-1} > \alpha_i < \alpha_{i+1} < \alpha_{i+2}$ | | | | | | | | | |
| | | γ_{i-2} | | γ_{i-1} | | γ_i | | γ_{i+1} | | γ_{i+2} |
| | | + | | + | | - | | + | | + |
| | Якщо на деякому інтервалі $i = \overline{1, n}$ один із кутів суміжності γ_i має інший знак ніж усі інші кути суміжності, то в залежності від величини цього кута вузол i може бути або точкою загострення ($ \gamma_i > 90^\circ$), або точкою зламу ($ \gamma_i \leq 90^\circ$). | | | | | | | | | |
| <i>перехідна ділянка, точка повернення другого роду</i> | $\alpha_{i-3} < \alpha_{i-2} < \alpha_{i-1} > \alpha_i < \alpha_{i+1} < \alpha_{i+2}$ | | | | | | | | | |
| | | γ_{i-2} | | γ_{i-1} | | γ_i | | γ_{i+1} | | γ_{i+2} |
| | | - | | - | | - | | + | | + |
| | Якщо на деякому інтервалі $i = \overline{1, n}$ кути суміжності до вузла i мають один знак, а починаючи з вузла $i+1$ змінюють знак на протилежний, тоді можливі наступні два варіанти: 1 - ділянка $(i, i+1)$ є перехідною; 2 - точка i є точкою загострення другого роду. | | | | | | | | | |

Розглянутий спосіб враховує диференціально-геометричні властивості ДПК, дозволяє однозначно ідентифікувати точку загострення і точку зламу, а також по заданому точковому ряду дозволяє визначити перехідну ділянку та точку загострення другого роду.

Подальші дослідження показали ефективність використання запропонованого методу стосовно перехідних ділянок ДПК [7]. Для ідентифікації точок самоперетинання ДПК у роботі [8] було запропоновано відповідну методику, що базується на методі інтерполяції на основі

варіативного формування різницевих схем кутових параметрів [5,6].

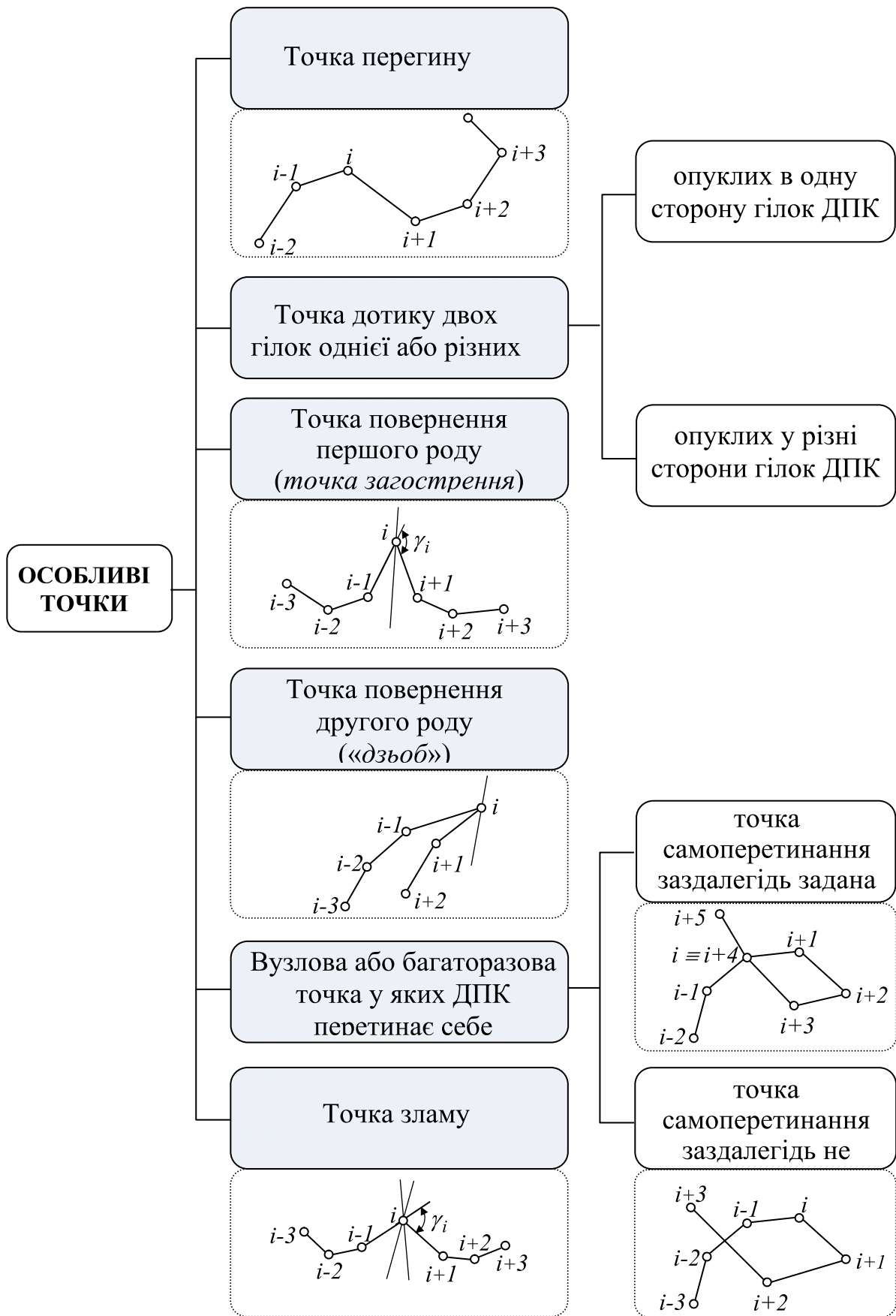


Рис. 1 . Основні різновиди особливих точок

Основною особливістю даного методу є те, що точки згущення будуються з урахуванням апріорної інформації вихідної ДПК. Не зважаючи на ефективність згущення ДПК з точками самоперетинання (метод працює в незалежності від того ідентифіковані чи ні ці точки), точкою загострення та точкою зламу, метод потребує подальшого вдосконалення, оскільки при подальшому згущенні існує можливість нахлесту гілок СЛЛ зліва та справа від точки зламу та загострення. Тому щоб уникнути цього треба або накладати додаткові умови на співвідношення між кутами суміжності, або слід враховувати положення дотичної в ОТ.

Розглянемо можливості даного методу при згущенні ДПК в околі інших особливих точок, зокрема точок загострення.

У якості тестового прикладу беремо ДПК яка містить точку загострення. Накладемо на співвідношення між кутами суміжності наступні додаткові умови:

$$\begin{aligned}
 &1 \text{ крок} \quad (180 - |\gamma_3^0|) - (\beta_{3-}^1 + \beta_{3+}^1) > \gamma^* \\
 &2 \text{ крок} \quad (180 - |\gamma_3^0|) - (\beta_{3-}^1 + \beta_{3+}^1) - (\beta_{3-}^2 + \beta_{3+}^2) > \gamma^* \\
 &\dots\dots\dots \\
 &n \text{ крок} \quad (180 - |\gamma_3^0|) - (\beta_{3-}^1 + \beta_{3+}^1) - (\beta_{3-}^2 + \beta_{3+}^2) - \dots - (\beta_{3-}^n + \beta_{3+}^n) > \gamma^*,
 \end{aligned} \tag{1}$$

де γ^* – кут між сусідніми ланками згущеної СЛЛ які примикають до особливої точки.

На рис. 2 зображено результат згущення тестової ДПК.

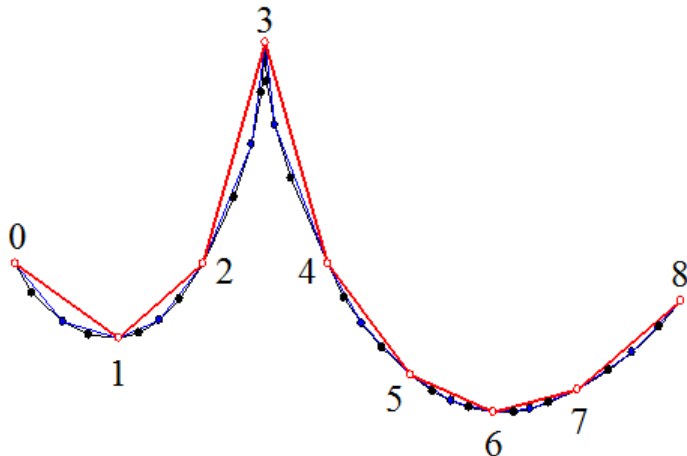


Рис. 2. Тестовий приклад

Аналізуючи різновиди особливих точок відмітимо наступні особливості, щодо призначення дотичної в особливій точці [2,3]:

- 1) в особливій точці дотична t_i є загальною для двох гілок вихідної ДПК (точка загострення, точка «дзьобу» і точка дотику двох гілок однієї або різних ДПК). У цьому випадку спочатку визначають напрямки індивідуальних дотичних $t_{i_{лів}}$ і $t_{i_{прав}}$ до кожної з гілок, після чого напрямком загальної дотичної t_i визначають як бісектрису кута, утвореного індивідуальними дотичними $t_{i_{лів}}$ й $t_{i_{прав}}$ згідно [3].

- 2) в особливій точці кожна з гілок має свою дотичну (точка зламу).

Висновок. В результаті проведених досліджень було запропоновано способи ідентифікації деяких особливих точок, які можуть зустрічатися в

практиці геометричного моделювання, а також пропонується розв'язання задачі дискретної інтерполяції ДПК поблизу точки загострення на основі методу варіативного формування різницевих схем кутових параметрів.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Выгодский М.Я. Дифференциальная геометрия. М. Л.: ГИТТЛ, 1949. 512 с.
2. Пугачов Є.В. Дискретна інтерполяція плоских ДПК поблизу особливих точок. // Прикладна геометрія та інженерна графіка. К.:КНУБА, 2001. Вип.69. С.74-79.
3. Найдиш В.М., Найдиш А.В., Лебедев В.О. Дискретна інтерполяція ДПК з особливими точками. Праці/ Харк. Держ. університет харчування та торгівлі. Харків, 2005. Вип.13. С.17-26.
4. Найдиш В.М., Верещага В.М., Найдиш А.В., Малкіна В.М. Основи прикладної дискретної геометрії/ Навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів III-IV рівнів акредитації. Мелітополь: ТДАТУ. 2007. 194с.
5. Найдиш В.М., Спиринцев Д.В. Варіативна схема згущення ДПК на основі кутових параметрів з використанням додаткових умов. Праці/ Таврійська державна агротехнічна академія. Вип.35. Мелітополь: ТДАТА, 2007. С.3-9.
6. Спиринцев Д.В. Варіативне формування різницевих схем згущення ДПК на основі кутових параметрів. Праці/ Таврійська державна агротехнічна академія. Вип.36. Мелітополь: ТДАТА, 2007. С. 134-137.
7. Найдиш А.В., Спиринцев Д.В. Дискретна інтерполяція перехідних ділянок ДПК на основі розв'язання різницевих схем. Праці/ Таврійська державна агротехнічна академія. Вип.37. Мелітополь: ТДАТА, 2008. С.3-8.
8. Спиринцев Д.В. Найдиш А.В., Лебедев В.О., Балюба І.Г. Особенности определения точек самопересечения в дискретном моделировании. Збірник наукових праць «Сучасні проблеми моделювання». Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2017. Вип. 10. С. 139-144.

В работе представлены исследования по обобщению основных разновидностей особых точек, их идентификации, а также предлагается использование метода интерполяции на основе вариативного формирования разностных схем угловых параметров для решения задачи дискретной интерполяции ДПК в окрестности особых точек на примере точки заострения.

The paper presents research on the generalization of the main varieties of singular points, their identification, and also the use of the method of interpolation on the basis of the variational formation of difference schemes of angular parameters for the solution of the problem of discrete interpolation of DPC a neighborhood of singular points on the example of the point of sharpening is proposed.