УДК 514.18

***Лисенко К.Ю.***, аспірант
***Найдиш А.В.***, д.т.н.
***Балюба І.Г.***, д.т.н.
***Верещага В.М.***, д.т.н.

# ОСОБЛИВОСТІ КОМПОЗИЦІЙНОГО ГЕОМЕТРИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

*Мелітопольська школа прикладної геометрії,*
*Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького, Україна*

***Вказується, що для застосування вихідної геометричної фігури у композиційному геометричному моделюванні необхідно її уніфікувати, тобто розділити на геометричну і параметричну складові. Наведено приклади уніфікації, шляхом складання геометричних БН-матриць, і приклади створення композиційних геометричних моделей.***

***Постановка проблеми.*** Застосування композиційного геометричного моделювання (КГМ) [4, 8] потребує певної підготовки вихідної геометричної інформації, шляхом переходу до уніфікованої геометричної фігури. Процес уніфікації вихідної геометричної фігури є нескладним але потребує певних методичних пояснень. На прикладах однопараметричних геометричних фігур (ГФ) надається методика уніфікації ГФ з використанням БН-матриць [3].

***Аналіз останніх досліджень.*** Останнім часом розвивається точкове БН-числення [3, 5, 6, 7, 8, 10], на базі якого було створено композиційне геометричне моделювання [1], найбільший розвиток якого показано у дисертаційній роботі Адоньєва Є.О. [2]. Однак, у цій роботі розроблено основні можливості композиційного методу геометричного моделювання, без особливої деталізації.

В роботах [1, 2] вказано загальні положення щодо створення Б-фігур [8] з використанням БН-матриць [3]. Однак у вказаних роботах не йдеться про уніфікацію вихідної геометричної фігури.

У даній статті у подробицях пояснюється процес уніфікації вихідної геометричної фігури з подальшим її застосуванням для створення Б-фігур у композиційному геометричному моделюванні.

***Формулювання цілей статті (постановка завдання).*** Метою даної статті є деталізація процесу уніфікації вихідної геометричної фігури і побудови Б-фігур $n$-мірного $E^n$ простору у композиційному геометричному моделюванні.

***Основна частина.*** Вихідною інформацією для композиційного геометричного моделювання (КГМ) завжди єсть геометрична фігура (ГФ), що подана або представлена впорядкованою множиною точок, які визначені координатам $n$-мірного $E^n$ у глобальній $n$-мірній системі координат.

Для використання ГФ у КГМ необхідно її уніфікувати, тобто перетворити в уніфіковану ГФ, що має дві складові:

- параметричну, що являє собою конфігурацію і встановлює взаємно однозначний зв'язок між точками вихідної ГФ; параметрична складова являє собою і записується у вигляді геометричної БН-матриці параметричної; параметрична складова (ПС) відтворює у параметричній формі, взаємне розташування точок вихідної ГФ;

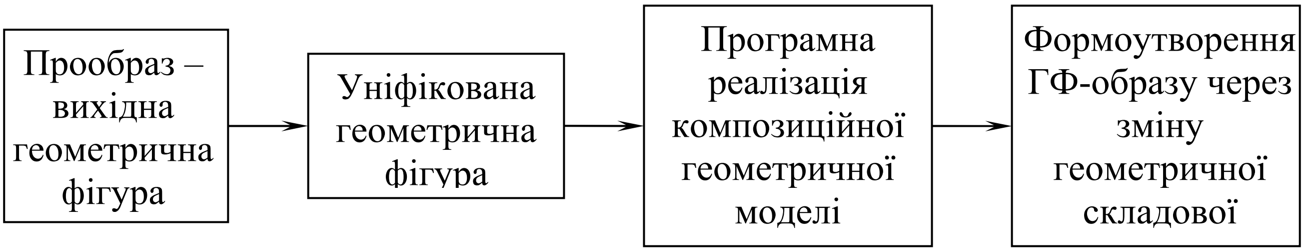
- геометричну, що являє собою поточну форму ГФ і визначає щомиті змінний впорядкований набір точок вихідної геометричної фігури, який записується у вигляді геометричної БН-матриці точкової; геометрична складова (ГС) відтворює кількість та схему розташування точок на вихідній ГФ,тобто на відповідному сегменті.

Вказаний процес поділення вихідної ГФ на дві складові – параметричну та геометричну, які є придатними для застосування у КГМ, будемо називати уніфікацією вихідної ГФ, а одержаний результат назвемо уніфікованою ГФ.

Уніфікована ГФ – прообраз, покладено в основу – комп'ютерного моделювання (формоутворення) конструкції ГФ, у якому цілеспрямована поступова зміна геометричної складової уніфікованої ГФ породить бажану ГФ-образ.

Такий спосіб отриманні ГФ-образа назвемо комп'ютерно-орієнтованим композиційним геометричним моделюванням.

Наведемо схему комп'ютерно-орієнтованого КГМ.




У наведеній схемі треба розуміти:

- «Композиційна геометрична модель» – БН-матриця параметрична уніфікованої ГФ;

- формоутворення ГФ-образу відбувається через проведення комп'ютерних експериментів шляхом цілеспрямованої зміни геометричної складової уніфікованої ГФ і аналізу одержаних результатів з метою досягнення бажаної форми.

Наведемо приклади уніфікації.

1. Нехай вихідна ГФ складається з трьох точок (рис. 1), що подають дискретну криву. Нехай кожна з цих трьох точок визначається десятьма координатами. Ця трійка точок у горизонтальному напрямку $U$ визначає ДПК.

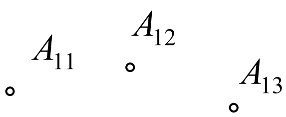



Рис. 1. Вихідна геометрична фігура.

Виходячи з умов завдання, БН-матриця точкова матиме вигляд:

$$\left(\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \end{pmatrix}\right) \qquad (1)$$

Точковій БН-матриці (1) буде відповідати десять координатних БН-матриць-рядків, за кількістю координат, що визначають кожну з вихідних точок $A_{1j}$, для $j=\overline{1,3}$.

Наведемо (2) відповідні БН-матриці-рядки координатні:

$$\begin{array}{l} \big(\big(A_{11}(1) \quad A_{12}(1) \quad A_{13}(1)\big)\big) \\ \big(\big(A_{11}(2) \quad A_{12}(2) \quad A_{13}(2)\big)\big) \\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots \\ \big(\big(A_{11}(9) \quad A_{12}(9) \quad A_{13}(9)\big)\big) \\ \big(\big(A_{11}(10) \quad A_{12}(10) \quad A_{13}(10)\big)\big) \end{array} \tag{2}$$

Для наведеного прикладу (рис. 1) параметрична БН-матриця також матиме вигляд БН-матриці-рядка:

$$\big(\big(P_{11} \quad P_{12} \quad P_{13}\big)\big), \text{ де } \sum_{j=1}^{3} P_{1j} = 1, \tag{3}$$

яка буде однаковою для усіх координатних БН-матриць-рядків із (2).

Матриця інтерполяційної кривої ($M_\Phi$) для ДПК (рис. 1) у БН-матричній формі має визначитись як добуток БН-матриць-рядків (1) точкової та (3) параметричної [2]:

$$M_\Phi = \big(\big(A_{1j}\big)\big) \cdot \big(\big(P_{1j}\big)\big), \text{ для } j=\overline{1,3},$$

або у розгорнутому вигляді

$$M_\Phi = \big(\big(A_{11} \quad A_{12} \quad A_{13}\big)\big) \cdot \big(\big(P_{11} \quad P_{12} \quad P_{13}\big)\big) = \big(\big(A_{11}P_{11} \quad A_{12}P_{12} \quad A_{13}P_{13}\big)\big) \tag{4}$$

Інтерполяційна крива $M$ для ДПК у точковій формі визначиться як сума елементів БН-матриці (4) [2]:

$$M = \sum_{j=1}^{3} A_{1j} P_{1j}\,. \tag{5}$$

Враховуючи (2) та (4), можемо скласти координатні рівняння для кожної з десяти осей:

$M(1)=\sum_{j=1}^{3} A_{1j}(1)\cdot P_{1j}$ ; $M(2)=\sum_{j=1}^{3} A_{1j}(2)\cdot P_{1j}$ ; …. ; $M(9)=\sum_{j=1}^{3} A_{1j}(9)\cdot P_{1j}$ ;

$M(10)=\sum_{j=1}^{3} A_{1j}(10)\cdot P_{1j}$, де $A_{1j}(n)$ – значення координат трьох точок уздовж *n*-ої осі.

2. Нехай вихідна ГФ складається з трьох точок (рис. 2), що подають ДПК у 10-мірному $E^{10}$ просторі у трансверсальному, по відношенню до *U* (приклад 1), напрямку *V*.

У цьому випадку вихідні точки $A_{1j}$, для $j=\overline{1,3}$ будуть розташовані у стовпець і відповідні цій ГФ БН-матриці точкова і параметрична будуть БН-матрицями-стовпцями.

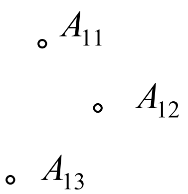



Рис. 2. Вихідна геометрична фігура.

$$\left(\begin{pmatrix} A_{11} \\ A_{21} \\ A_{31} \end{pmatrix}\right)$$ – БН-матриця точкова для напрямку *V*. (6)

$$\left(\begin{pmatrix} P_{11} \\ P_{21} \\ P_{31} \end{pmatrix}\right)$$ – БН-матриця параметрична для напрямку *V*, для якої $\sum_{i=1}^{3} P_{i1}=1$.

Для БН-матриці точкової з (6) необхідно скласти десять БН-матриць координатних, що відповідатимуть десятьом осям координат, які також будуть у вигляді стовпців:

$$\left(\begin{pmatrix} A_{11}(1) \\ A_{21}(1) \\ A_{31}(1) \end{pmatrix}\right); \left(\begin{pmatrix} A_{11}(2) \\ A_{21}(2) \\ A_{31}(2) \end{pmatrix}\right); \dots ; \left(\begin{pmatrix} A_{11}(9) \\ A_{21}(9) \\ A_{31}(9) \end{pmatrix}\right); \left(\begin{pmatrix} A_{11}(10) \\ A_{21}(10) \\ A_{31}(10) \end{pmatrix}\right). \tag{7}$$

Параметрична БН-матриця з (6) для усіх координатних БН-матриць (7) буде однаковою.

Таким чином, геометрична БН-матриця $M_{\Phi}$ вихідної ГФ визначиться як добуток двох матриць з (6) і матиме вигляд [2]:

$$M_{\Phi}=\left(\begin{pmatrix} A_{11}P_{11} \\ A_{21}P_{21} \\ A_{31}P_{31} \end{pmatrix}\right) \tag{8}$$

Інтерполяційна крива *M* для ДПК у точковій формі для напрямку *V*, визначатиметься як сума елементів БН-матриці (8), [2] і матиме вигляд:

$$M = \sum_{i=1}^{3} A_{i1} P_{i1} \tag{9}$$

Тоді проекції інтерполяційної кривої (9), на кожну з десяти осей $E^n$ простору, матимуть вигляд:

$M(1) = \sum_{i=1}^{3} A_{i1}(1) \cdot P_{i1}$ – для першої осі;

$M(2) = \sum_{i=1}^{3} A_{i1}(2) \cdot P_{i1}$ – для другої осі;

… … … … …. ….

$M(9) = \sum_{i=1}^{3} A_{i1}(9) \cdot P_{i1}$ – для дев'ятої осі;

$M(10) = \sum_{i=1}^{3} A_{i1}(10) \cdot P_{i1}$ – для десятої осі;

де $A_{1j}(n)$ – значення координат на *n*-й осі.

***Висновки.*** Однією з головних особливостей КГМ є необхідність створення уніфікованої ГФ, яка являє собою потужний інструментарій формування композиційних моделей, що сприяє більш швидкому та ефективному формотворенню необхідної геометричної фігури – розв'язку.

Як було показано, створення геометричних БН-матриць відбувається таким чином, що їх елементи розташовуються у повній відповідності з розташуванням точок на вихідній ГФ. Відсутність такої відповідності призводить до хибного розв'язку задачі.

Застосування БН-матриць надає можливість швидкого та безпомилкового одержання композиційних геометричних моделей і є ефективним скороченим записом точкових та розрахункових координатних форм.

### *Література.*


1. Верещага В.М. Композиційне геометричне моделювання: монографія / В.М. Верещага. – Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2017. – 108 с.
2. Адоньєв Є.О. Композиційний метод геометричного моделювання багатофакторних систем: дис..докт.техн.наук. – К.: КНУБА, 2018. – 512 с.
3. Адоньєв Є.О., Верещага В.М., Найдиш А.В. Застосування геометричних матриць для утворення точкових рівнянь Б-поверхонь / Є.О. Адоньєв, В.М. Верещага, А.В. Найдиш // Науковий вісник Таврійського державного агротехнологічного університету. - Мелітополь: ТДАТУ, 2018. - Вип. 8, Т.1, с. 153-160.
4. Адоньєв Є.О., Верещага В.М. Концептуальні засади використання композиційного методу геометричного моделювання при формуванні оптимального портфелю проектів з енергозбереження в навчальних закладах. / Є.О. Адоньєв, В.М. Верещага // Сучасні проблеми моделювання:

зб. наук. праць / МДПУ ім. Б. Хмельницького; гол. ред. кол. А.В. Найдиш. – Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2017. – Вип. 9. – С. 3-10.
5. Балюба И.Г. Конструктивная геометрия многообразий на основе точечного исчисления. Автореф.дисс…докт.техн.наук. - К.: КГТУСА, 1995.-36 с.
6. Балюба И.Г. Точечное исчисление [учебное пособие] / И.Г. Балюба, В.М. Найдыш; под ред. Верещаги В.М. // - Мелитополь: Изд-во МГПУ им. Б.Хмельницкого, 2015. - 234 с.
7. Бездітний А.О. Варіативне дискретне геометричне моделювання на основі геометричних співвідношень у точковому численні Балюби-Найдиша: дис. ... канд. техн. наук. - Таврійський держ. агротехнол. ун-т. - Мелітополь, 2012.-155 с.
8. Верещага В.М. Композиційний метод утворення Б-поверхонь / В.М. Верещага, Є.О. Адоньєв // Науковий журнал «Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво». – Луцьк.: Луцький національний технічний університет – 2017, №26, С. 36-41.
9. Конопацький Є.В. Геометричне моделювання алгебраїчних кривих та їх використання при конструюванні поверхонь у точковому численні Балюби-Найдиша: автореф. дис. канд. техн. наук - М-во аграрної політики та продовольства України, Таврійський держ. агротехнологічний ун-т. - Мелітополь, 2012. - 26 с.
10. Павленко О.М. Геометричне моделювання вертикального планування горизонтальної земельної ділянки засобами точкового БН-числення: дис…канд.. техн. наук, 05.01.01 – Мелітополь: ТДАТУ, 2017 – 229с.