

ВИЗНАЧЕННЯ КООРДИНАТ БАЛЮБИ-НАЙДИША

*Мелітопольська школа прикладної геометрії,
 Мелітопольський державний педагогічний університет імені
 Богдана Хмельницького (Україна, м. Мелітополь)*

Розвиток композиційного геометричного моделювання базується на застосуванні координат Балюби-Найдиша (БН-координат). Надано методи їх визначення для одно-, дво- та трипараметричних геометричних фігур.

Постановка проблеми. У роботах [1,2,3,4] обґрунтовано введення точкового БН-числення та показано способи визначення БН-координат. Однак, інформація щодо БН-координат у вказаних роботах є занадто деталізованою.

Стисле викладання матеріалу щодо способів визначення БН-координат становить проблему, яка розв'язується у наданій статті.

Огляд літературних джерел. У роботі [1] було введено поняття БН-координат, у роботі [2] було надано переваги щодо їх застосування у композиційному методі геометричного моделювання. Вважаємо за доцільне і викладення погляду із загальної точки зору щодо БН-координат, що надано у цій статті.

Формування мети статті. Викласти загальний погляд щодо способів визначення БН-координат для одно-, дво- та трипараметричних геометричних фігур (ГФ).

Основна частина. Розглянемо у полі K дві n -значні точки A_0 та A_1 , що утворюють базисний симплекс $S = [A_0 A_1]$ для поточної точки M (рис. 1.)

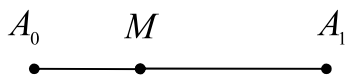


Рис. 1 Визначення точки M у симплексі $[A_0 A_1]$.

У нашому випадку термін: “ n -значні” означає, що кожна з обраних точок визначається n координатами. Нехай відтинок $(A_0 A_1)$ буде

одиничним, тобто таким, яким будуть вимірюватись інші відтинки (MA_0) та (MA_1) . Сам процес вимірювання буде являти собою відношення: $\frac{(MA_0)}{(A_1A_0)} = t$; $\frac{(A_1M)}{(A_1A_0)} = (1-t)$. Запишемо перше відношення у точковій формі:

$$\frac{M - A_0}{A_1 - A_0} = t; \rightarrow M - A_0 = t(A_1 - A_0); \rightarrow M = t(A_1 - A_0) + A_0 \quad (1)$$

Рівняння (1) визначає на прямій положення точки M відносно базисних точок A_0 та A_1 .

Числа t , $1-t$ будемо називати БН-координатами точки M у базисі $[A_0A_1]$ і записувати $M(t, 1-t)$, або $M(t, \bar{t})$, де $\bar{t} = 1-t$ – параметр, який доповнює t до одиниці. Отже, для того, щоб поточна точка M пробігала від A_0 до A_1 уздовж прямої, необхідно щоб сума БН-координат дорівнювала одиниці

$$t + \bar{t} = 1 \quad (2)$$

Означення. БН-координати – це числа, що визначають положення будь-якої поточної точки відносно базисних точок геометричної фігури.

Перетворимо (1):

$$M = t(A_1 - A_0) + A_0; \rightarrow M = A_1t + A_0\bar{t} \quad (3)$$

Точкове рівняння (3) за умови $t + \bar{t} = 1$ являє собою точкове рівняння прямої, що проходить через точки A_0 , A_1 .

Розглянемо визначення БН-координат для площини, за умови, що $p + q = 1$.

Наприклад, візьмемо трикутник ΔABC (рис. 2.) [4]. Необхідно визначити рівняння точки M з використанням відношень площ чотирьох

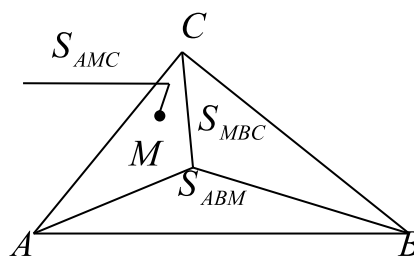


Рис. 2. Схема для визначення поточної точки M через відношення площ.

трикутників. Серед яких ΔABC є одиницею вимірювання, тобто його площа умовно приймається за одиницю, якою вимірюються площі трьох інших трикутників S_{MBC} ; S_{AMC} ; S_{ABM} . Зауважимо, що послідовність букв у індексах обрано не випадково, буква M стоїть на місці тієї букви для якої буде визначатись параметр.

У відповідності до [1, 2] $M = Ap + Bq + Cr$, де необхідно розуміти, що $p = \frac{S_{MBC}}{S_{ABC}}$; $q = \frac{S_{AMC}}{S_{ABC}}$; $r = \frac{S_{ABM}}{S_{ABC}}$.

Введемо позначення $a = S_{MBC}$; $b = S_{AMC}$; $c = S_{ABM}$; $\Delta = S_{ABC}$, тоді можемо записати:

$$M = A \frac{a}{\Delta} + B \frac{b}{\Delta} + C \frac{c}{\Delta}; \rightarrow M = \frac{Aa + Bb + Cc}{\Delta}; \rightarrow$$

$$\rightarrow M = \frac{Aa + Bb + Cc}{a + b + c}; \rightarrow M = Ap + Bq + Cr, \quad (4)$$

де $p = \frac{a}{\Delta}$; $q = \frac{b}{\Delta}$; $r = \frac{c}{\Delta}$.

Розглянемо визначення БН-координат для трьох параметрів за умови, що $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1$.

Нехай точка M знаходиться всередині піраміди $A_0A_1A_2A_3$ (таке обмеження не впливає на узагальнення і для випадків, коли точка M буде знаходитись зовні), тоді параметри p_i визначимо як відношення об'ємів.

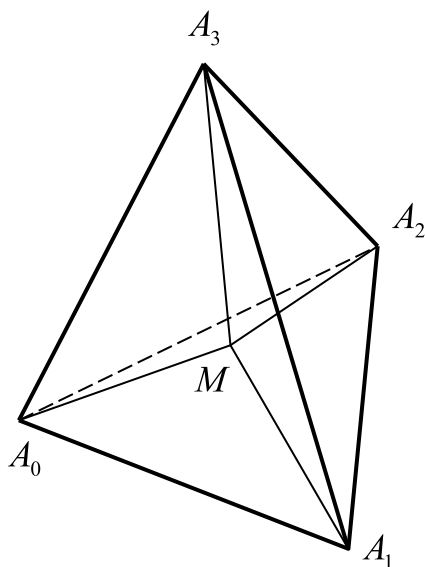


Рис. 3. Щодо параметризації 3-простору.

$$p_0 = \frac{V_{MA_1A_2A_3}}{V_{A_0A_1A_2A_3}} = \frac{V_0}{V_{\Pi}}, \text{ тут у чисельнику вказано на об'єм, який}$$

протилежний точці A_0 , і який буде помножуватись на A_0 .

Зауважимо, що можна було б прийняти і інший порядок добутоків, однак, будемо дотримуватись порядку множення, який було прийнятого раніше застосованого у «правилі важіля». Тоді:

$$p_1 = \frac{V_{A_0MA_2A_3}}{V_{A_0A_1A_2A_3}} = \frac{V_1}{V_{\Pi}}; p_2 = \frac{V_{A_0A_1MA_3}}{V_{A_0A_1A_2A_3}} = \frac{V_2}{V_{\Pi}}; p_3 = \frac{V_{A_0A_1A_2M}}{V_{A_0A_1A_2A_3}} = \frac{V_3}{V_{\Pi}} \quad (5)$$

Звернемо увагу, що у індексах до об'ємів, які знаходяться у чисельниках, точка M знаходиться на місці точки A_i з індексом, що дорівнює індексу параметра p_i .

З урахуванням (5), запишемо точкове рівняння для точки M :

$$M = \frac{\sum_{i=0}^3 A_i V_i}{V_{\Pi}}, \quad (6)$$

або у координатній формі:

$$x_{iM} = \frac{\sum_{i=0}^3 x_{iA_i} V_i}{V_{\Pi}} \quad (7)$$

Для узагальнення рівнянь (6), (7) на простори n -розмірностей, необхідно замість індекса «3» підставити індекс « n ».

Висновки. Показано способи утворення БН-координат для одно-, дво- та тривимірному простору, застосування яких сприятиме подальшому розвитку композиційного геометричного моделювання.

Література.

1. Верещага В.М. Композиційне геометричне моделювання: монографія / В.М. Верещага - Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2017.-108 с.
2. Адоньєв Є.О. Композиційний метод геометричного моделювання багатофакторних систем: дис..докт.техн.наук. – К.: КНУБА, 2018. – 512 с.
3. Балюба И.Г. Конструктивная геометрия многообразий на основе точечного исчисления. Автореф.дисс...докт.техн.наук. - К.: КГТУСА, 1995.-36 с.
4. Балюба И.Г. Точечное исчисление [учебное пособие] / И.Г. Балюба, В.М. Найдыш; под ред. Верещаги В.М. // - Мелітополь: Изд-во МГПУ им. Б.Хмельницького, 2015. - 234 с.