УДК 514.18

В.М. ВЕРЕЩАГА, О.М. ПАВЛЕНКО
Мелітопольський державний педагогічний університет ім.. Б. Хмельницького

ГЕОМЕТРИЧНИЙ АЛГОРИТМ ВИЗНАЧЕННЯ ТОЧКИ ДОТИКУ

У результаті використання властивостей метричного оператора трьох точок прямої, на плоскій кривій, що задана точковим рівнянням, визначається точка дотику з прямою, яка проведена із довільної точки, що розташована поза межами цієї кривої.

Ключові слова: властивість метричного оператора, точкове рівняння кривої, дотична, точка дотику.

В.М. ВЕРЕЩАГА, А.М. ПАВЛЕНКО
Мелитопольский государственный педагогический университет им. Б. Хмельницкого

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТОЧКИ КАСАНИЯ

В результате использования свойства метрического оператора трёх точек прямой, на плоской кривой, заданной уравнением в точечной форме, определяется точка касания с прямой, которая проведена из произвольной точки, расположенной за пределами этой кривой.

Ключевые слова: свойство метрического оператора, точечное уравнение кривой, касательная, точка касания.

V.M. VERASHAGA, O.M. PAVLENKO
Melitopol State Pedagogical University named after Bogdan Khmelnitsky

GEOMETRIC ALGORITHM POINT OF CONTACT

As a result of the properties of the metric operator of three straight points on a plane curve given by the equation in point form, determined by the point of tangency with the line that carried out from an arbitrary point, which is located outside of the curve.

Keywords: property metric operator equation of the curve point, the tangent point of tangency.

Постановка проблеми

Відомі традиційні методи побудови дотичної розроблені для аналітичних, графічних і таке інше способів задання кривих. У разі, якщо крива задана точковим рівнянням, традиційні методи визначення дотичних не працюють. Тому для плоских кривих, що задані рівнянням у точковій формі (точковим рівнянням) [2, 3], необхідно розробляти методи, які дозволяють будувати дотичну до кривої.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

У дисертаційних дослідженнях Конопацького Є.В., Давиденка І.П. та їхніх наукових керівників Верещаги В.М. і Балюби І.Г. було розв’язано задачу побудови дотичної у точці на кривій, що задана точковим рівнянням. При цьому застосовувалося диференціювання точкового рівняння і знаходилося точкове рівняння для похідної. Знаходження точкового рівняння для похідної інколи викликає певні труднощі. Тому у даній статті пропонується інший підхід для побудови дотичної до кривої.

Формулювання мети досліджень

Визначити у точковій формі точку дотику прямої і кривої, що задана точковим рівнянням, коли пряма проходить через довільну точку, яка не належить заданій кривій.

Викладення основного матеріалу досліджень

Нехай у симплексі $A_1A_2A_3$ точковим рівнянням (1) задана плоска крива М (рис.1):

$$\mathrm{M} = (\mathrm{A}_2 - \mathrm{A}_1)p(t) + (A_3 - A_1)q(t) + A_1. \qquad (1)$$

У площині цієї кривої (1) довільно обираємо (рис.1) точку *A* у тому ж таки симплексі $A_1A_2A_3$. Точкове рівняння (2) точки *A* матиме вигляд:

$$\mathrm{A} = (\mathrm{A}_2 - \mathrm{A}_1)p_{\mathrm{A}} + (A_3 - A_1)q_{\mathrm{A}} + A_1\,. \qquad (2)$$

На рис.1 буквою *T* позначено шукану точку дотику прямої *AT* до кривої *M*. Змінювані точки, позначені літерами $\mathrm{M_B}$ і $\mathrm{M_C}$.

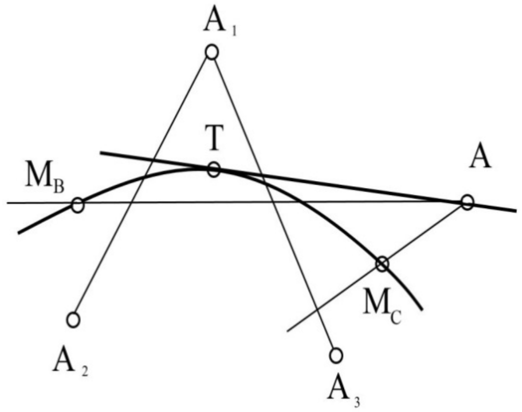

Рис. 1. Геометрична схема побудови дотичної АТ

Для визначення точки дотику *T*, скористаємося властивістю метричного оператора трьох точок прямої [1], яку викладемо у відповідності до геометричної схеми (рис.1). У цій властивості визначається, що дотримання рівності метричного оператора $\sum_{\mathrm{M_B\,M_C}}^{\mathrm{A}}$ та кореня квадратного з добутку метричних операторів $\sum_{\mathrm{M_B M_B}}^{\mathrm{A}} \cdot \sum_{\mathrm{M_C M_C}}^{\mathrm{A}}$, забезпечує площу $\Delta \mathrm{AM_B\,M_C}$, яка дорівнює нулю. Враховуючи це, змінюємо положення точок $\mathrm{M_B}$ та $\mathrm{M_C}$, залишаючи повсякчас їх на кривій *M*, то у момент їхнього співпадання $\mathrm{M_B} = \mathrm{M_C} = \mathrm{T}$, утворюється точка дотику *T*. З геометричної точки зору це відповідає рівності відрізків $\mathrm{AM_B} = \mathrm{AM_C} = \mathrm{AT}$. Використовуючи (1) визначимо точки $\mathrm{M_B}$, рівняння 3 та $\mathrm{M_C}$, рівняння 4:

$$\mathrm{M_B} = (\mathrm{A_2} - \mathrm{A_1})p(t_\mathrm{B}) + (A_3 - A_1)q(t_\mathrm{B}) + A_1; \tag{3}$$

$$\mathrm{M_C} = (\mathrm{A_2} - \mathrm{A_1})p(t_\mathrm{C}) + (A_3 - A_1)q(t_\mathrm{C}) + A_1\,. \tag{4}$$

Або у іншому вигляді:

$$\mathrm{M_B} = \mathrm{A_1}\big(1 - p(t_\mathrm{B}) - q(t_\mathrm{B})\big) + \mathrm{A_2}p(t_\mathrm{B}) + A_3 q(t_\mathrm{B})\,; \tag{5}$$

$$\mathrm{M_C} = \mathrm{A_1}\big(1 - p(t_\mathrm{C}) - q(t_\mathrm{C})\big) + \mathrm{A_2}p(t_\mathrm{C}) + A_3 q(t_\mathrm{C})\,. \tag{6}$$

Аналогічним чином визначаємо точку доступу Т:

$$\mathrm{T} = \mathrm{A_1}\big(1 - p(t_\mathrm{T}) - q(t_\mathrm{T})\big) + \mathrm{A_2}p(t_\mathrm{T}) + A_3 q(t_\mathrm{T})\,. \tag{7}$$

Враховуючи згадану вище властивість метричного оператора трьох точок прямої:

$$\sum\nolimits_{\mathrm{M_B M_C}}^{\mathrm{A}} = \sqrt{\sum\nolimits_{\mathrm{M_B M_B}}^{\mathrm{A}} \cdot \sum\nolimits_{\mathrm{M_C M_C}}^{\mathrm{A}}}\ , \tag{8}$$

та застосовуючи *S*-теорему [1] для вимірювання площею $\Delta\,\mathrm{A_1A_2A_3}$ площ двох трикутників $\Delta\mathrm{AM_BT}$ і $\Delta\mathrm{AM_CT}$, та поставивши вимогу, щоб площі $S_{\mathrm{AM_BT}}$ і $S_{\mathrm{AM_CT}}$ дорівнювали нулю, дістанемо два визначника (9) та (10), що дорівнюють нулю:

$$\begin{vmatrix} 1 - p_A - q_A & p_A & q_A \\ 1 - p(t_\mathrm{B}) - q(t_\mathrm{B}) & p(t_\mathrm{B}) & q(t_\mathrm{B}) \\ 1 - p(t_T) - q(t_T) & p(t_T) & q(t_T) \end{vmatrix} = 0; \tag{9}$$

$$\begin{vmatrix} 1 - p_A - q_A & p_A & q_A \\ 1 - p(t_C) - q(t_C) & p(t_C) & q(t_C) \\ 1 - p(t_T) - q(t_T) & p(t_T) & q(t_T) \end{vmatrix} = 0\,. \tag{10}$$

Розв'язавши систему точкових рівнянь відносно $p(t_T)$ та $q(t_T)$, отримаємо значення параметрів, що визначають точку дотику *T*, у якій пряма *AT* дотикається до кривої *M*.

Висновки

Знаходження точки дотику прямої з кривою, що задані точковими рівняннями, використовуючи при цьому, властивість метричного оператору трьох точок прямої, надає інший підхід визначення дотичної до кривої, який не використовує диференціювання по параметру точкового рівняння кривої М.

Список використаної літератури

1. Балюба И.Г. Точечное исчисление: учебное пособие / И.Г. Балюба, В.М. Найдыш; под ред. В.М. Верещаги. – Мелитополь: МГПУ им. Б. Хмельницкого, 2015. – 236 с.
2. Балюба И.Г. Конструктивная геометрия многообразий в точечном исчислении: дис. … д-ра техн. наук: 05.01.01 / Иван Григорьевич Балюба. – Макеевка: МИСИ, 1995. – 227 с.
3. Найдыш В.М. Алгебра БН-исчисления / В.М. Найдыш, И.Г.Балюба // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.:КНУБА, 2012. – Вип.90. – С. 210-215.