УМОВИ ВСТАНОВЛЕННЯ КІНЦЕВИХ ТОЧОК НА МАПІ РЕЛЬЄФУ

PROVIDED ENDPOINTS ON THE MAP OF RELIEF

Павленко Олександр Михайлович
Мелітопольський інститут державного
та муніципального управління «КПУ»

Olexandr Pavlenko
Melitopol Institute of Public
and Municipal Administration «CPU»
E-mail: pavlenkoam89@mail.ru

В статті розглядаються особливості встановлення кінцевих точок на кожній із усіх наявних горизонталей на мапі рельєфу. Межами промислових майданчиків можуть бути лінії та поверхні різної форми. У якості вертикального обмежувача ділянки обираються площини. У площині, закладення у якості геометричної фігури, що обмежує майданчик, обирається чотирьохсторонній прямокутник, через сторони якого проходять вертикальні площини, що перпендикулярні до площини закладення, яка проходить через найнижчу, за рівнем моря, горизонталь на мапі земельної ділянки. Таке визначення умов щодо меж майданчика необхідне для знаходження кінцевих точок для горизонталей на мапі земельної ділянки.

К л ю ч о в і с л о в а: рельєф, земельна ділянка, промисловий майданчик, БН-числення (числення Балюби-Найдиша), згущення, кінцеві точки.

The article discusses the features of endpoint installation on each of all existing contour map terrain. The boundaries of industrial sites can be surface lines and different shapes. As the vertical limit areas are selected plane. In the plane, laying as geometric shapes, which limits the ground, elected quadrilateral rectangle whose sides pass through the vertical plane perpendicular to the plane of laying passing through the lowest, at sea level, horizontal map of land. These definitions of the conditions on the boundaries of the site need to find the end point for contour map of land.

K e y w o r d s: topography, land, industrial sites, BN-calculus (calculus of Balyuba-Naydysh), thickening, endpoints.

Межами промислових майданчиків можуть бути лінії та поверхні різної форми [2, с.107-113]. Оскільки мова йде про вертикальне планування, то у якості вертикального обмежувача ділянки оберемо площини. У площині, закладення у якості геометричної фігури, що обмежує майданчик, оберемо чотиристоронній прямокутник. У реальності вертикальними обмежувачами майданчика можуть бути лінійчасті поверхні, а геометрична фігура у плані –

довільної форми. Але, оскільки ці питання не є предметом досліджень, то не будемо узагальнювати їх, і оберемо найпростіший варіант, у плані – прямолінійний чотирьохсторонній прямокутник, через сторони якого проходять вертикальні площини, що перпендикулярні до площини закладення, яка проходить через найнижчу, за рівнем моря, горизонталь на мапі земельної ділянки. Таке визначення умов щодо меж майданчика необхідне для знаходження кінцевих точок для горизонталей на мапі земельної ділянки (рис. 1).

Кінцевими точками 1, 2, 3, 4 і т.п. будемо вважати такі, що належать горизонталям рельєфу і знаходяться у вертикальних площинах, що обмежують промисловий майданчик [3, с.28-31]. На рис. 1 $П_1$ – площина

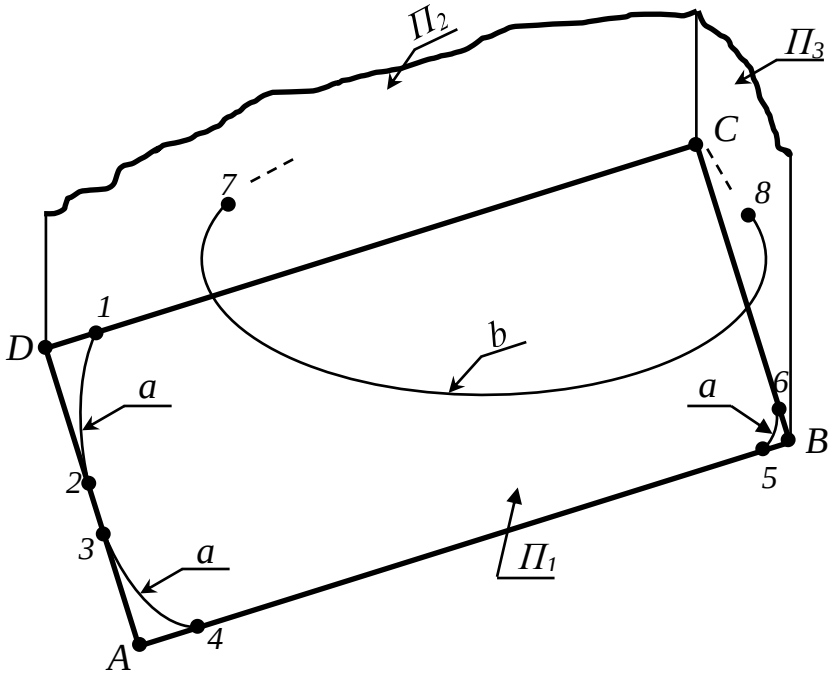


Рис. 1. Схема щодо пояснення кінцевих точок горизонталей

закладення, у якій знаходиться горизонталь *a,* що складається із площ сегментів 12; 34; 56. Точки 1, 2,…,6, що визначають сегменти і є – кінцевими. $П_2$, $П_3$ – вертикальні площини, що обмежують промисловий майданчик. Горизонталь *b* знаходиться вище площини закладення і перетинає $П_2$ у точці 7, а $П_3$ – у точці 8, які також є кінцевими точками для горизонталі *b*.

У наведеному прикладі (рис. 1), горизонталь *a*, серед інших горизонталей на мапі рельєфу майданчика, має найменшу висоту відносно рівня моря і тому площину закладення *ABCD* проведено на цьому ж рівні.

Враховуючи те, що у процесі сканування, окрім точок ділянки промислового майданчика знімаються і точки, що знаходяться за його межами, то і кожна з визначених горизонталей може утримувати точки, які їй належать і знаходяться за межами майданчика [4, с. 15]. Тому для кожної горизонталі необхідно проводити аналіз щодо належності її точок ділянці, що нас цікавить і тим самим визначати кінцеві точки на кожній горизонталі.

Розв’язувати задачі визначення кінцевих точок або їхню відсутність будемо через проектування усіх горизонталей на площину закладення.

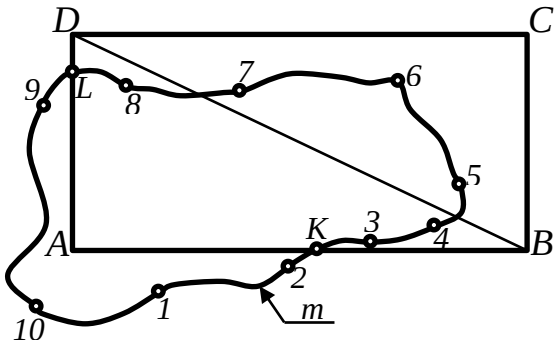


Рис. 2. Схема-приклад для визначення кінцевих точок

Прямокутник *ABCD*, який у закладенні обмежує промисловий майданчик, поділимо на два трикутники ΔABD та ΔBCD (рис. 2). До речі, можна розглянути і інші два трикутники ΔABC та ΔACD. Нехай крива m – є горизонталлю на мапі рельєфу, що подана дискретно і є упорядкованою одновимірною множиною точок. Ця горизонталь, у загальному випадку, не належить площині закладення, а знаходиться на певній висоті по відношенню до *ABCD*. Для відтворення різних варіантів знаходження кінцевих точок (на рис. 2 – не показані) оберемо для прикладу на горизонталі із множини точок, що її утворюють, десять, які позначимо 1, 2,…, 10.

Як відомо [1, с. 116-117], точкові рівняння площини для визначення положення кожної з десяти точок у симплексі *ABD* мають вигляд:

$$\begin{aligned} 1 &= Ap_{1A} + Bq_{1A} + Dr_{1A} \\ 2 &= Ap_{2A} + Bq_{2A} + Dr_{2A} \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ 9 &= Ap_{9A} + Bq_{9A} + Dr_{9A} \\ 10 &= Ap_{10A} + Bq_{10A} + Dr_{10A}, \text{ де } p_{iA} + q_{iA} + r_{iA} = 1. \end{aligned} \quad (1)$$

Точкові рівняння площини, для визначення кожної з десяти точок у симплексі, *CBD* мають вигляд:

$$\begin{aligned} 1 &= Bp_{1C} + Cq_{1C} + Dr_{1C} \\ 2 &= Bp_{2C} + Cq_{2C} + Dr_{2C} \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ 9 &= Bp_{9C} + Cq_{9C} + Dr_{9C} \\ 10 &= Bp_{10C} + Cq_{10C} + Dr_{10C}, \text{ де } p_{iC} + q_{iC} + r_{iC} = 1. \end{aligned} \quad (2)$$

Розглянемо точкове рівняння для визначення точки 1 з (1), положення якої відносно симплексу *ABD* впливає на знак та значення параметрів p_{1A}, q_{1A}, r_{1A}. Визначимо їх.

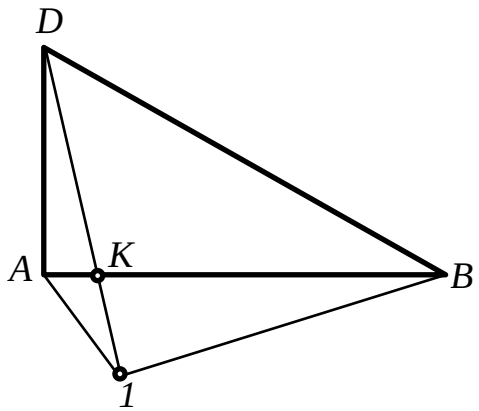


Рис. 3. Розташування точки *1* відносно ΔABD

$$p_{1A} = \frac{S_{1BD}}{S_{ABD}};\ q_{1A} = \frac{S_{A1D}}{S_{ABD}};\ r_{1A} = \frac{S_{AB1}}{S_{ABD}} \quad (3)$$

де S_{ABD}, S_{1BD}, S_{A1D}, S_{AB1} – площі трикутників, позначених у індексах. Для пояснень зобразимо окремо трикутник ΔABD та точку 1 (рис. 3) та з’єднаємо точки, щоб отримати усі чотири трикутники, що необхідні для

визначення параметрів. Позначимо точку K. Для того, щоб збереглася умова, що $p_{iA} + q_{iA} + r_{iA} = 1$, необхідно щоби алгебраїчна сума площ трьох трикутників дорівнювала площі ΔABD [1, с.128]. Для цього визначимо знаки $S_{ABD} > 0$, $S_{1BD} > 0$, $S_{A1D} > 0$, $S_{AB1} < 0$. Якщо прийняти до уваги, що $S_{A1D} = S_{AKD} + S_{AK1}$, а $S_{1BD} = S_{KBD} + S_{KB1}$, то можна записати для площ рівняння

$$S_{A1D} + S_{1BD} = S_{AKD} + S_{AK1} + S_{KBD} + S_{KB1} = S_{AKD} + S_{KBD} + S_{AB1} = \\ = S_{ABD} + S_{AB1}.$$

Як бачимо, сума площ $S_{A1D} + S_{1BD} = S_{ABD} + S_{AB1}$ перевищує площу S_{ABD} на площу S_{AB1}. Однак, ми розглянули суму тільки площ двох трикутників, якщо додати третій $S_{AB1} < 0$, то отримаємо

$$S_{A1D} + S_{1BD} - S_{AB1} = S_{ABD} + S_{AB1} - S_{AB1} = S_{ABD},$$

що і треба було довести. Звідси випливає, що $p_{1A} > 0, q_{1A} > 0, r_{1A} < 0$. Таким чином, якщо хоча б один з параметрів є від'ємним, то досліджувана точка знаходиться за межами трикутника *ABD*. Як бачимо, точка 1 знаходиться за межами ΔABD, але для того, щоб з'ясувати чи знаходиться точка 1 за межами промислового майданчика, необхідно визначити її розташування відносно ΔBCD (рис. 4). Визначимо параметри з (4.2)

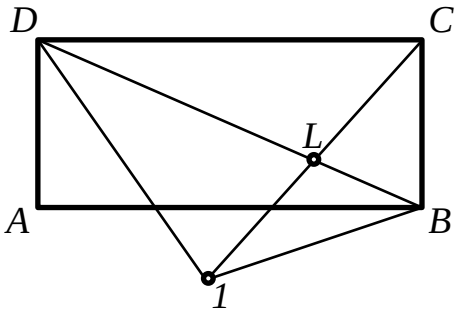


Рис. 4. Розташування точки *1* відносно трикутника Δ*BCD*

$$p_{1C} = \frac{S_{1CD}}{S_{BCD}};\ q_{1C} = \frac{S_{B1D}}{S_{BCD}};\ r_{1C} = \frac{S_{BC1}}{S_{BCD}} \qquad (4)$$

Запишемо рівняння щодо сум площ чотирьох трикутників:

$$S_{BC1} + S_{CD1} - S_{BD1} = S_{BCD}.$$

Доведемо справедливість цього рівняння, замінивши площу S_{BC1} сумою площ:

$S_{BC1} = S_{BCL} + S_{BL1}$, а $S_{CD1} = S_{CDL} + S_{D1L}$, отримаємо

$S_{BCL} + S_{BL1} + S_{CDL} + S_{D1L} - S_{BD1} = S_{BCD}$,

$S_{BCL} + S_{CDL} = S_{BCD}$

$S_{BL1} + S_{D1L} = S_{BD1}$, тоді (5) прийме вигляд

$S_{BCD} + S_{BD1} - S_{BD1} = S_{BCD}$.

Таким чином параметр $q_{1C} < 0$, у цьому разі, точка 1 знаходиться за межами ΔBCD.

Твердження 1. У разі, якщо хоча б один з параметрів p_{1A}, q_{1A}, r_{1A} з (3) і хоча б один з параметрів p_{1C}, q_{1C}, r_{1C} з (4) одночасно є від'ємними, то точка, відносно визначень якої розраховані ці параметри, знаходиться за межами чотирикутника *ABCD*.

Твердження 2. У разі, коли всі параметри p_{1A}, q_{1A}, r_{1A} з (3) мають однаковий знак (або додатні, або від'ємні), то точка, відносно визначення якої розраховані ці параметри, знаходиться всередині трикутника *ABD*.

Твердження 3. У разі, коли усі параметри p_{1C}, q_{1C}, r_{1C} з (4) мають однаковий знак (або додатні, або від'ємні), то точка, відносно визначення якої розраховані ці параметри, знаходиться всередині трикутника *CBD*.

Визначення знаку для площ має складне геометричне обґрунтування, яке у кінцевому варіанті можна сформулювати наступним чином. Якщо досліджувана точка знаходиться за межами базового трикутника, то із трьох трикутників, що утворюються з'єднуванням досліджуваної точки з вершинами базового трикутника, площу трикутника, який є суміжним із базовим, необхідно брати від'ємною. І дійсно, у першому випадку (3) базовий трикутник *ABD*. Трикутники $\Delta AD1$ та $\Delta BD1$ не є суміжними з ΔABD, їхні площі треба розглядати як додатні. Трикутник $\Delta AB1$ – суміжний з ΔABD, його площу треба брати від'ємною.

У другому випадку (рис. 4) коли базовим трикутником є ΔBCD, а суміжним до нього $\Delta BD1$, то $S_{BD1} < 0$ обирається об'ємною, а $S_{BC1} > 0$ і $S_{CD1} > 0$.

Такий аналіз, що проведений до точки 1, необхідно зробити для усіх десяти точок, які визначені (рис. 2). У результаті, визначимо на горизонталі дві ділянки між точками 2 та 3 і 8 та 9, для яких певний параметр буде змінювати знак на протилежний.

Застосовуючи на цих ділянках згущення, визначимо кінцеві точки *K* та *L*.

Встановлення кінцевих точок на кожній із усіх наявних горизонталей на мапі рельєфу, є важливим для визначення їхніх сегментів, що знаходяться у межах промислового майданчика. У подальшому ця інформація буде визначальною для підрахунку об'ємів робіт.

ЛІТЕРАТУРА

1. Точечное исчисление [учебное пособие] / *И.Г. Балюба, В.М. Надыш* [под ред. Верещаги В.М.] // – Мелитополь: Изд-во МГПУ им. Б.Хмельницкого, 2015. – 234 с.
2. *Бурштинська Х.В.* Моделювання рельєфу земної поверхні із застосуванням колокації / *Х.В. Бурштинська, О.С. Заяць* // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – 2003. – Вип. 64. – С. 107-113.
3. *Рудий Р.М.* Методи дослідження рельєфу земної поверхні: дис. … д-ра. техн. наук: 05.24.02 / *Роман Михайлович Рудий*; Івано-Франківський держ. технічний ун-т нафти і газу. – Івано-Франківськ, 1999. – 375 с.
4. *Хименко І.Ю.* Геометричне моделювання рельєфу поля для системи точного землеробства: автореф. дис. … канд. техн. наук: 05.01.01. / *Ірина Юріївна Хименко*; Київ. нац. ун-т будівництва і архітектури. – К., 2005. – 19 с.
5. Верещага В. М., Конопацький Є. В., Павленко О. М. Визначення площі, обмеженої топографічною замкненою плоскою кривою //Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво. – 2015. – №. 20. – С. 119-123.
6. Павленко О. М. Геометричне моделювання вертикального планування горизонтальної земельної ділянки засобами точкового БН-числення: дис. – Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького, 2017.

7. Верещага, В. М. Спосіб згортання (розгортання) чарунок [Текст] / В. М. Верещага, Є. О. Адоньєв, О. М. Павленко // Сучасні проблеми моделювання. – 2016. – №. 7. – С. 32–38.

8. Павленко О.М., Верещага В.М., Кучеренко В.В.Вертикальне планування на місцевості земельної ділянки до ідеально горизонтальної площини // Сучасні проблеми моделювання. – 2014. – №. 5. – С. 32–38.