

Павленко О.М., ст. викладач кафедри системного аналізу  
 Мелітопольського інституту державного та муніципального  
 управління «Класичного приватного університету», аспірант  
 Таврійського державного агротехнологічного університету  
 (м. Мелітополь)

## УМОВА РОЗТАШУВАННЯ ТРЬОХ ТОЧОК НА ОДНІЙ ПРЯМІЙ У ТОЧКОВОМУ БН-ЧИСЛЕННІ

**Анотація** – доведено можливу умову існування розташування трьох точок на одній прямій у точковому БН-численні.

**Постановка проблеми.** Багато задач прикладного характеру потребують з'ясування приналежності точки просторовій прямій. Задача визначення положення точки відносно прямої може бути складовою більш складних задач, тому й виникла така необхідність доведення умови розташування трьох точок на одній прямій. Існують різні варіанти її розв'язання у традиційній математиці і навіть у точковому численні. У цій статті вперше подається алгебраїчне доведення у загальному вигляді умови розташування точки заданій прямій для точкового БН-числення.

**Аналіз останніх досліджень.** Ідея цієї задачі викладена у роботі Балюби І.Г. [1]. Достатньо ґрунтовний аналіз, стосовно розташування трьох точок на одній прямій у точковому БН-численні наведено у роботах, Бездітного А.О. [2], Конопацького Є.В. [3] та Кучеренка В.В. [4], але в них відсутнє безпосередньо алгебраїчне доведення умови розташування точки на просторовій прямій.

**Формування цілей і завдання статті.** Враховуючи вищезазвані недоліки, зробити алгебраїчне доведення умови розташування трьох точок на одній прямій у точковому БН-численні.

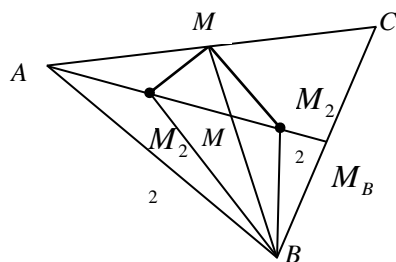


Рис. 1 Геометрична схема визначення точки М.

**Основна частина.** Розглянемо рис.1, на якому у симплексі  $СAB$  показана геометрична схема з'ясування означених умов, а саме з трьох положень  $M_1, M_2, M$  поточної точки необхідно обрати одне  $M$ , при якому площа  $\Delta M_B B M$  і дорівнювала б нулю – це  $\Delta M_B B M$ . Для розв'язання визначимо  $\lambda \in [0; 1]$  при якому  $M \in AM_A$

та  $M \in BM_B$  одночасно. Як відомо [1], точкове рівняння площини з надлишковою параметризацією має вигляд:

$$M = A_p + B_q + C_r. \quad (1)$$

Визначимо координати  $p_1, q_1, r_1$  для площини (1). Посилаємося на [1], маємо:

$$p_1 = \frac{MM_A}{AM_A}, q_1 = \frac{MM_B}{BM_B}, r_1 = \frac{MM_C}{CM_C},$$

отримаємо  $p_1 = 1 - \lambda; q_1 = \nu\lambda; r_1 = \nu\lambda$ , які є змінними завдяки наявності змінної  $\lambda$ . Для виконання умови  $M \equiv B_3$  (1) отримаємо значення параметрів  $p_2, q_2, r_2$ :  $p_2=0; q_2=1; r_2=0$ . Для виконання умови  $M \equiv B_3$  з посилання на [1] отримаємо:  $p_3=w; q_3=0; r_3=\bar{w}$ . Тут треба прийняти до уваги, що  $\bar{\nu}=1-\nu, \bar{w}=1-w$ .

Враховуючи все сказане відносно умов знаходження точки  $M$ , отримаємо систему лінійних рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} M = Ap_1 + Bq_1 + Cr_1 \\ M = Ap_2 + Bq_2 + Cr_2 \\ M = Ap_3 + Bq_3 + Cr_3 \end{array} \right\} \text{ або } \left\{ \begin{array}{l} M = A(1-\lambda) + B\bar{\nu}\lambda + C\nu\lambda \\ M = A \cdot 0 + B \cdot 1 + C \cdot 0 \\ M = A \cdot w + B \cdot 0 + C \cdot \bar{w} \end{array} \right\}. \quad (2)$$

Для того, щоб площа  $S$  трикутника  $\Delta BMBM$  дорівнювала нулю необхідно, щоб визначник  $\Delta$  із системи (2) дорівнював нулю:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1-\lambda & \bar{\nu}\lambda & \nu\lambda \\ 0 & 1 & 0 \\ w & 0 & \bar{w} \end{vmatrix} = 0. \quad (3)$$

Для пояснення (3) звернемося до рис.1. Коли точка  $M$  переміщується по  $AM_A$  потрапить на  $BM_B$ , у визначнику  $\Delta$  (3) другий або третій рядок будуть дорівнювати або будуть пропорційними першому рядку, тобто  $p_2 = k_2 p_1, q_2 = k_2 q_1, r_2 = k_2 r_1$  або  $p_3 = k_3 p_1, q_3 = k_3 q_1, r_3 = k_3 r_1$ .

Тоді з (3) отримаємо :

$$\Delta = \begin{vmatrix} p_1 & q_1 & r_1 \\ p_1 & q_1 & r_1 \\ p_3 & q_3 & r_3 \end{vmatrix} = 0 \text{ або } \Delta = \begin{vmatrix} p_1 & q_1 & r_1 \\ p_2 & q_2 & r_2 \\ p_1 & q_1 & r_1 \end{vmatrix}. \quad (4)$$

Як відомо із властивостей визначника, якщо визначник має два однакові рядки, то він завжди дорівнює нулю.

З іншого боку, якщо розглянути матрицю, що відповідає (2), то для визначення точки  $M = AM_A \cap BM_B$  необхідно, щоб її ранг дорівнював би 2:

$$\text{rang} \|a_{ij}\| = \text{rang} \begin{bmatrix} p_1 & q_1 & r_1 \\ p_2 & q_2 & r_2 \\ p_3 & q_3 & r_3 \end{bmatrix} = 2.$$

Зменшення рангу матриці з трьох до двох вказує на те, що відбувся перехід від двовимірної множини у якій ранг дорівнює 3 до двовимірної, у якій ранг дорівнює 2, тобто до прямої.

Якщо розкласти визначник (3) по другому рядку, то отримаємо до нього алгебраїчне доповнення для другого стовпця:

$$(-1)^{2+2} \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 1-\lambda & \frac{\nu\lambda}{w} \\ w & \frac{\nu\lambda}{w} \end{vmatrix} = 0,$$

звідки  $\lambda = \frac{\overline{w}}{\nu w + w}$ , що визначає умову перетворення  $\Delta BM_B M$  у пряму лінію.

**Висновки.** У результаті проведення алгебраїчних перетворень було знайдено одну з умов розташування трьох точок на одній прямій у точковому БН-численні та алгебраїчно доведено її справедливості. Задача пошуку умови розташування трьох точок на одній прямій дозволить в подальшому розв'язувати багато інших прикладних задач.

### Література

1. *Балюба И. Г.* Конструктивная геометрия многообразии в точечном исчислении: Дис....доктора техн. наук: 05.01.01 / Балюба Иван Григорьевич – Макеевка: МИСИ, 1995. – 227с.
2. *Бездітний А.О.* Варіативне дискретне геометричне моделювання на основі геометричних співвідношень у точковому численні Балюби–Найдиша: дис. ... канд. техн. наук: 05.01.01 / ТДАТУ.– Мелітополь, 2012.– 191с.
3. *Конопацький Є.В.* Геометричне моделювання алгебраїчних кривих та їх використання при конструюванні поверхонь у точковому численні Балюби-Найдиша: дис. ... канд. техн. наук: 05.01.01 / Мелітополь: ТДАТУ, 2012.– 163с.
4. *Кучеренко В.В.* Формалізовані геометричні моделі нерегулярної поверхні для гіперкількісної дискретної скінченої множини точок: дис. ... канд. техн. наук: 05.01.01 / Мелітополь: ТДАТУ, 2013.– 232с.
5. Верещага В. М., Конопацький Є. В., Павленко О. М. Визначення площі, обмеженої топографічною замкненою плоскою кривою //Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво. – 2015. – №. 20. – С. 119-123.
6. Павленко О. М. Геометричне моделювання вертикального планування горизонтальної земельної ділянки засобами точкового БН-числення: дис. – Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького, 2017.
7. Верещага, В. М. Спосіб згортання (розгортання) чарунок [Текст] / В. М. Верещага, Є. О. Адоньєв, О. М. Павленко // Сучасні проблеми моделювання. – 2016. – №. 7. – С. 32–38.
8. Павленко О.М., Верещага В.М., Кучеренко В.В.Вертикальне планування на місцевості земельної ділянки до

ідеально горизонтальної площини // Сучасні проблеми моделювання. – 2014. – №. 5. – С. 32–38.

**УСЛОВИЕ РАСПОЛОЖЕНИЯ ТРЕХ ТОЧЕК НА ОДНОЙ ПРЯМОЙ В ТОЧЕЧНОМ БН-ИСЧИСЛЕНИИ**

***В.М. Верещага, А.В. Найдьш, А.М. Павленко***

Найдено одно из условий расположения трех точек на одной прямой в точечном БН-исчислении, алгебраически доказано его справедливость.

**THE CONDITION LOCATION THAT THE THREE POINTS ON A STRAIGHT LINE IN THE POINT BN-CALCULUS**

***Victor M. Vereschaga, Andriy V. Naydysh, Olexandr M. Pavlenko***

Found one of the conditions for the location of three points on a straight line in the point BN-calculus algebraically proved its validity.