

ГЕОМЕТРИЧНЕ ПРЕДСТАВЛЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ МЕТРИЧНОГО ОПЕРАТОРА ТРЬОХ ТОЧОК ПРЯМОЇ

Павленко О.М., аспірант

Мелітопольський державний педагогічний університет

імені Б. Хмельницького

Мелітопольська школа практичної геометрії

Анотація – подано геометричну інтерпретацію деяких властивостей метричного оператора трьох точок прямої, що пояснює їх застосування у формалізованому геометричному моделюванні.

Ключові слова – очкове БН-числення, властивості метричних операторів, формалізоване геометричне моделювання.

Постановка проблеми. Для більшого розуміння сенсу метричного оператора трьох точок прямої, який введено та широко використовується у точковому БН-численні, є необхідним надати геометричне представлення його властивостей. Наявність геометричних схем, що відповідають символічному запису геометричних операторів трьох точок прямої, усунуть проблему їхнього застосування у формалізованому моделюванні [1].

Формування цілей статті. Розробити геометричні схеми для деяких символічних записів метричного оператора трьох точок прямої, що наділені певними особливостями.

Основна частина. Нехай у якомусь симплексі визначено три точки A , B , C . Призначимо вершину метричного оператора трьох точок прямої (далі будемо писати «метричного оператора»), наприклад A . Тоді можемо символічно записати два метричних оператора при вершині A :

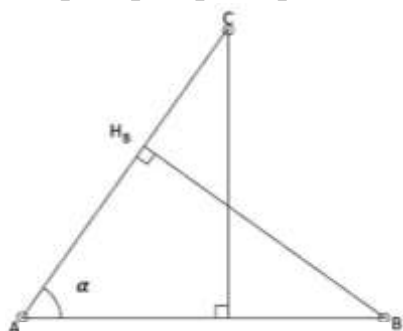


Рис.1 Схема метричного оператора трьох точок

$$\sum_{BC}^A \text{ та } \sum_{CB}^A \quad (1)$$

Як бачимо, у цих метричних операторах переставлені місцями букви нижніх індексів. За визначенням метричний оператор має наступний геометричний сенс (рис.1) для випадків (1):

$$\sum_{BC}^A = AB \cdot AH_C = AB \cdot AC \cdot \cos \alpha = \sum(B - A)(C - A) \quad (2)$$

$$\sum_{CB}^A = AC \cdot AH_B = AC \cdot AB \cdot \cos \alpha = \sum(C - A)(B - A), \quad (3)$$

це означає, що перестановка місцями букв у нижньому індексі не змінює значення для метричного оператора визначних трьох точок прямих AB та AC .

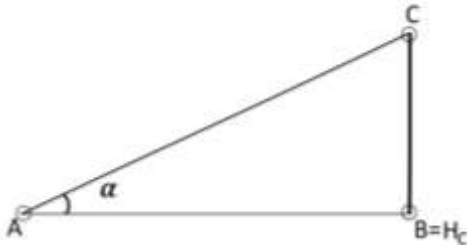


Рис.2 Особливий випадок метричного оператора $H_C = B$

Розглянемо випадок коли $H_C = B$ (рис.2), тоді у виразі (2) маємо право у позначеннях точок зробити наступну заміну:

$$\sum(B - A)(C - A) = \sum(B - A)(B - A) = \sum(B - A)^2 \quad (4)$$

звідки довжина відрізка $|AB|$ дорівнює:

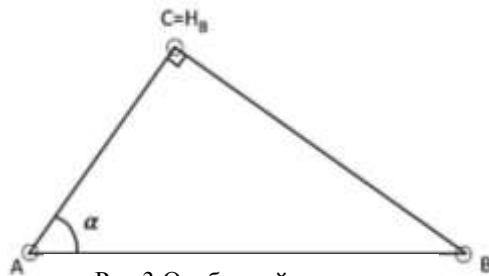


Рис.3 Особливий випадок метричного оператора $H_B = C$

$$|AB| = \sqrt{\sum_{BB}^A} = |A - B|. \quad (5)$$

Розглянемо випадок, коли $H_B = C$ (рис.3), тоді у виразі (3) робимо відповідну заміну букв:

$$\sum(C - A)(B - A) = \sum(C - A)(C - A) = \sum(C - A)^2 \quad (6)$$

Звідки довжина відрізка $|AC|$ дорівнює:

$$|AC| = \sqrt{\sum_{CC}^A} = |A - C| \quad (7)$$

Робимо висновок, якщо метричний оператор, у символному його записі, має у нижньому індексі дві однакові букви, то він переставляє квадрат довжини відрізків $(AB)^2$ або $(AC)^2$.

Розглянемо випадки коли метричний оператор має однакові букви у верхньому та нижньому індексах:

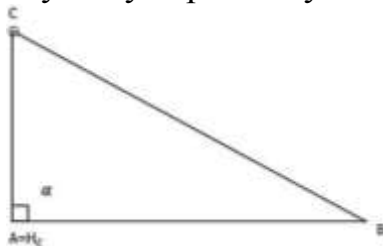


Рис.4 Метричний оператор для \sum_{AB}^A

$$\sum_{AB}^A, \sum_{AC}^A, \sum_{AB}^B, \sum_{BC}^B, \sum_{AC}^C, \sum_{BC}^C,$$

Для \sum_{AB}^A геометрична схема має вигляд (рис. 4). Як бачимо, $H_C = A$, тобто відрізок AH_C дорівнює нулю ($\cos 90^\circ = 0$).

В результаті вираз (2) прийме вигляд:

$$\sum_{AB}^A = AB \cdot 0 = AB \cdot AC \cdot \cos 90^\circ = 0.$$

Для \sum_{AC}^A (рис. 5) аналогічно можемо записати (3) в такому вигляді:

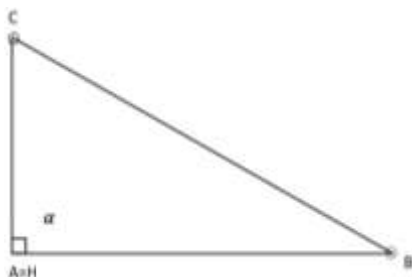


Рис.5 Метричний оператор для \sum_{AC}^A

$$\sum_{AC}^A = AC \cdot 0 = AC \cdot AB \cdot \cos 90^\circ = 0$$

Для метричних операторів \sum_{AB}^A та \sum_{AC}^A наведемо тільки геометричні схеми, (рис. 6) та (рис.7) відповідно.

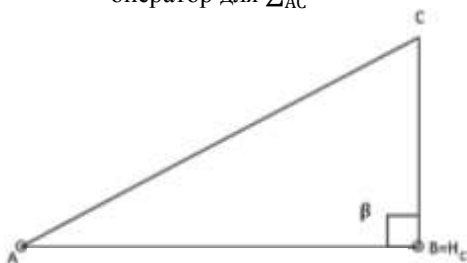


Рис.6 Схема метричного оператора для \sum_{AB}^B

Для $\sum_{AB}^B = 0$, відрізок $BH_C = 0$ та $\cos \beta = \cos 90^\circ = 0$.

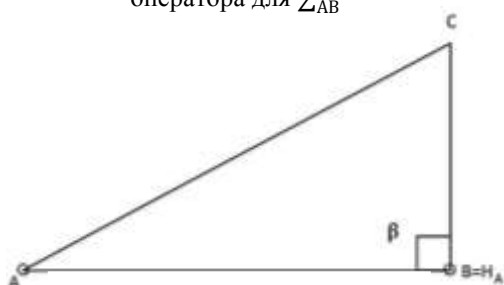


Рис.7 Схема метричного оператора для \sum_{BC}^B

Для $\sum_{BC}^B = 0$, відрізок $BH_A = 0$ та $\cos 90^\circ = 0$.



Рис.8 Схема метричного оператора для \sum_{BC}^C

Для $\sum_{AC}^C = 0$, відрізок $CH_B = 0$ та $\cos \gamma = \cos 90^\circ = 0$.

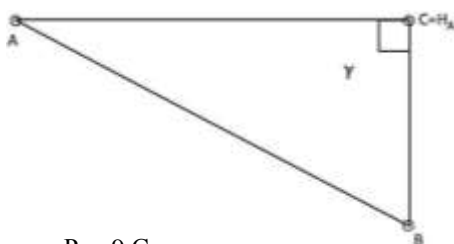


Рис.9 Схема метричного оператора для \sum_{BC}^C

Для $\sum_{BC}^C = 0$, відрізок $CH_A = 0$ та $\cos \gamma = 0$.

Підсумовуючи сказане, робимо висновок, що метричні оператори визначають прямокутний трикутник:

$$\begin{aligned} & \sum_{\substack{A \\ BB \\ B}} - \text{у точці } C, \gamma = 90^\circ; \\ & \sum_{\substack{CC \\ C}} - \text{у точці } A, \gamma = 90^\circ; \\ & \sum_{\substack{AA \\ A}} - \text{у точці } B, \beta = 90^\circ; \\ & \sum_{\substack{AB \\ B}}^A, \sum_{\substack{AC \\ B}}^A - \text{у точці } A, \alpha = 90^\circ; \\ & \sum_{\substack{AB \\ C}}^B, \sum_{\substack{BC \\ C}}^B - \text{у точці } B, \beta = 90^\circ; \\ & \sum_{\substack{AC \\ C}}^C, \sum_{\substack{BC \\ C}}^C - \text{у точці } C, \gamma = 90^\circ. \end{aligned}$$

Як бачимо, перші три варіанти визначають прямий кут не у вершині метричного оператора, а останні три варіанти навпаки, визначають прямий кут у вершині метричного оператора.

Враховуючи сказане, якщо у процесі розв'язку задачі з'являються метричні оператори, що дорівнюють нулю:

$$\sum_{BC}^A : \sum_{AC}^B : \sum_{AB}^C = 0,$$

то їх слід прийняти як оператори, відповідно:

$$\sum_{AC}^A : \sum_{BC}^A : \sum_{AB}^B : \sum_{BC}^B : \sum_{BC}^C : \sum_{AC}^C = 0.$$

Наостанок, розглянемо геометричний сенс метричних операторів, у яких і верхній і нижній індекси позначені однією буквою:

$$\sum_{AA}^A : \sum_{BB}^B : \sum_{CC}^C = 0.$$

За допомогою таких операторів визначаються точки, відповідно: A, B, C .

Висновки. Використовуючи розглянуті метричні оператори трьох точок прямої, можна обирати відповідним чином числа (координати), що будуть гарантувати, у формалізованому геометричному моделюванні, визначення трикутника з необхідними властивостями.

Література

1. Точечное исчисление: [учебное пособие]/[И.Г. Балюба, В.М. Найдыш]; под ред. В.М. Верещаги. Мелитополь: изд. МГПУ им. Б. Хмельницкого, 2015–236 с.
2. Верещага В. М., Конопацький Є. В., Павленко О. М. Визначення площі, обмеженої топографічною замкненою плоскою кривою //Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво. – 2015. – №. 20. – С. 119-123.
3. Павленко О. М. Геометричне моделювання вертикального планування горизонтальної земельної ділянки засобами точкового БН-числення : дис. – Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького, 2017.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СВОЙСТВ МЕТРИЧЕСКОГО ОПЕРАТОРА ТРЕХ ТОЧЕК ПРЯМОЙ

А.М. Павленко

Аннотація – подано геометрическую интерпретацию некоторых свойств метрического оператора трех точек прямой, которая объясняет их применения в формализованном геометрическом моделировании.

GEOMETRIC REPRESENTATIONS PROPERTIES METRIC OPERATES OF THE THREE POINTS ON THE LINE

A. Pavlenko

Summary

It filed a geometric interpretation of some of the properties of the metric operator of three points on the line, which explains their use in a formalized geometric modeling.