

УДК 515.2

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНСОЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ТИПА КРЫЛА С ПЕРЕМЕННЫМ ПРОФИЛЕМ СЕЧЕНИЯ

Павленко А.М.,

Найдыш А.В., д.т.н.,

Верещага В.М., д.т.н.

Таврический государственный агротехнологический университет

Тел. (0619)42-68-62

Балюба И.Г., д.т.н.,

Конопацкий Е.В.

Донбасская национальная академия строительства и архитектуры

Тел. (062)300-29-38

Аннотация – В работе представлен способ геометрического и компьютерного моделирования поверхности с консольным закреплением типа крыла с переменным профилем сечения в точечном исчислении Балюбы-Найдыша.

Ключевые слова – поверхность с консольным закреплением, профиль сечения, кривая одного отношения, точечное уравнение.

Постановка проблемы. Во время исследований в диссертационной работе Конопацкого Е.В. [3] были рассмотрены геометрические алгоритмы конструирования дуг кривых 3-го порядка, как кривых одного отношения, в зависимости от направления движения текущих точек исходных дуг кривых 2-го порядка. Если использовать встречное направление движения текущих точек исходных дуг кривых, то получим замкнутую дугу кривой 3-го порядка. Полученная дуга кривой 3-го порядка дифференцируема на всей своей длине и имеет в каждой точке две производные, следовательно, это кривая 2-го порядка гладкости. На данном этапе возникает задача применения на практике кривых одного отношения, как профилей консольных поверхностей типа крыла, лопаток турбин, вентиляторов и т.п.

Анализ последних исследований. Алгебраические кривые, как кривые одного отношения, рассмотрены в работах [1-3]. Для решения поставленной задачи используется математический аппарат точечное исчисление Балюбы-Найдыша [4].

Формулирование целей статьи. Создание геометрической и компьютерной модели поверхности с консольным закреплением типа крыла с переменным профилем сечения.

Основная часть. Статья состоит из двух частей. Первая часть посвящена описанию возможных профилей сечения консольной по-

верхности. Вторая – геометрическому и компьютерному моделированию поверхности с консольным закреплением.

Рассмотрим первую геометрическую схему конструирования дуги кривой 3-го порядка, которую можно использовать в качестве профиля поверхности с консольным закреплением (рис. 1).

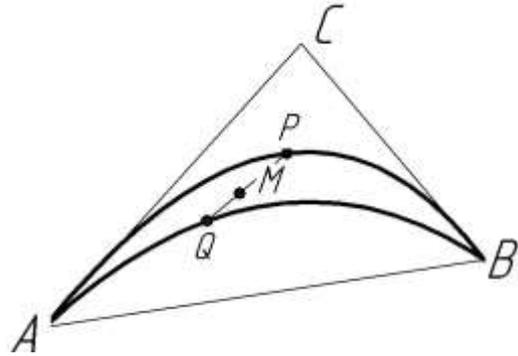


Рисунок 1 – Геометрическая схема конструирования дуги кривой 3-го порядка

Точечное уравнение дуги кривой 3-го порядка, геометрическая схема которой представлена на рисунке 1, в подвижном симплексе $N_A N_B N_C$, (рис.3) имеет следующий вид:

$$M = (N_A - N_C) \left[\frac{f_P u^2 \bar{u}}{f_P (1-2u)^2 + 2u\bar{u}} + \frac{f_Q \bar{u}^2 u}{f_Q (1-2u)^2 + 2u\bar{u}} \right] + (N_B - N_C) \left[\frac{f_P \bar{u}^3}{f_P (1-2u)^2 + 2u\bar{u}} + \frac{f_Q u^3}{f_Q (1-2u)^2 + 2u\bar{u}} \right] + N_C, \quad (1)$$

где $\bar{u} = 1 - u$.

На рисунке 2 представлена вторая геометрическая схема конструирования дуги кривой 3-го порядка, как кривой одного отношения. Обратим внимание, что для обоих случаев для получения замкнутой дуги кривой 3-го порядка используется встречное направление движения текущих точек исходных кривых второго порядка.

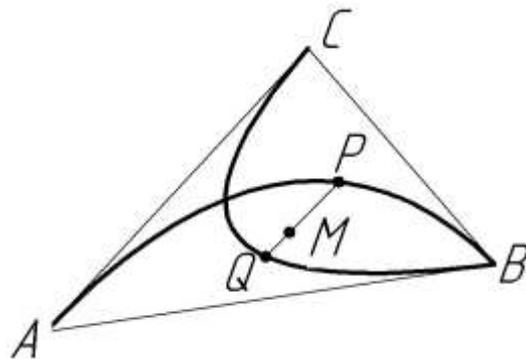


Рисунок 2 – Геометрическая схема конструирования дуги кривой 3-го порядка

Точечное уравнение дуги кривой 3-го порядка, геометрическая схема которой представлена на рисунке 2, имеет следующий вид:

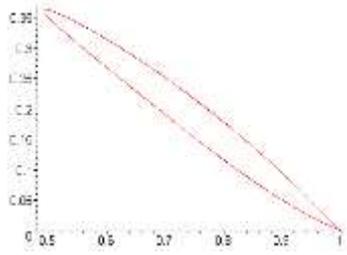
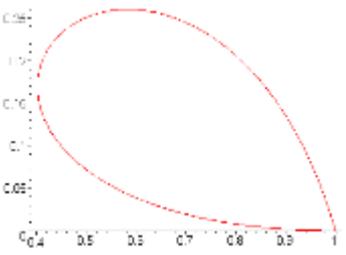
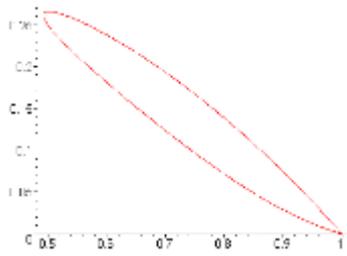
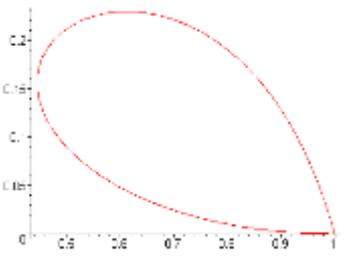
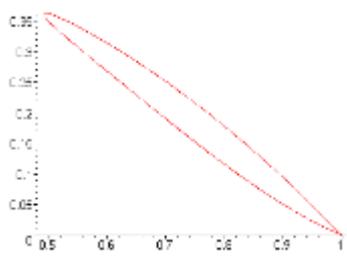
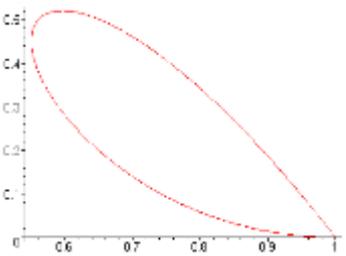
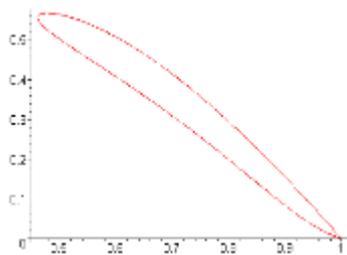
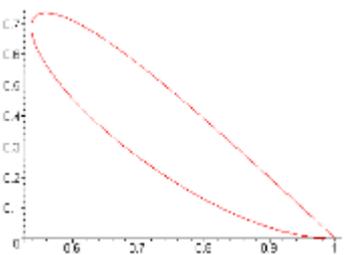
$$M = (N_A - N_C) \left[u + \frac{f_P u^2 \bar{u}}{f_P (1-2u)^2 + 2u\bar{u}} - \frac{f_Q u (\bar{u}^2 + u^2)}{f_Q (1-2u)^2 + 2u\bar{u}} \right] + (N_B - N_C) \left[\frac{f_P \bar{u}^3}{f_P (1-2u)^2 + 2u\bar{u}} + \frac{f_Q u^3}{f_Q (1-2u)^2 + 2u\bar{u}} \right] + N_C, \quad (2)$$

где $\bar{u} = 1 - u$.

В обоих точечных уравнениях параметры f_P и f_Q определяют исходные дуги кривых 2-го порядка. Изменяя эти параметры, получим различные вариации формы профиля поверхности с консольным закреплением. Воспользуемся программным пакетом *Maple* для построения и исследования этих дуг кривых. Результаты сведены в таблицу 1.

Таблица 1

Сравнение профилей сечения консольной поверхности

№ п/п	Вид дуги кривой 2-го порядка	Значения параметров	Графическая интерпретация дуги кривой 3-го порядка в зависимости от геометрической схемы конструирования кривой	
			Схема на рисунке 1	Схема на рисунке 2
1	Эллипс	$f_P = 0,8$		
	Парабола	$f_Q = 0,5$		
2	Эллипс	$f_P = 0,9$		
	Эллипс	$f_Q = 0,6$		
3	Парабола	$f_P = 0,5$		
	Эллипс	$f_Q = 0,8$		
4	Гипербола	$f_P = 0,2$		
	Эллипс	$f_Q = 0,8$		

В таблице 1 приведены лишь некоторые возможные комбинации исходных кривых 2-го порядка, которые определяются параметрами f_P и f_Q . Как видно из таблицы 1, эти параметры определяют геометрическую форму профиля консольной поверхности, а, следовательно, и её аэродинамические свойства.

Рассмотрим геометрическую схему моделирования поверхности с консольным закреплением типа крыла (рис. 3).

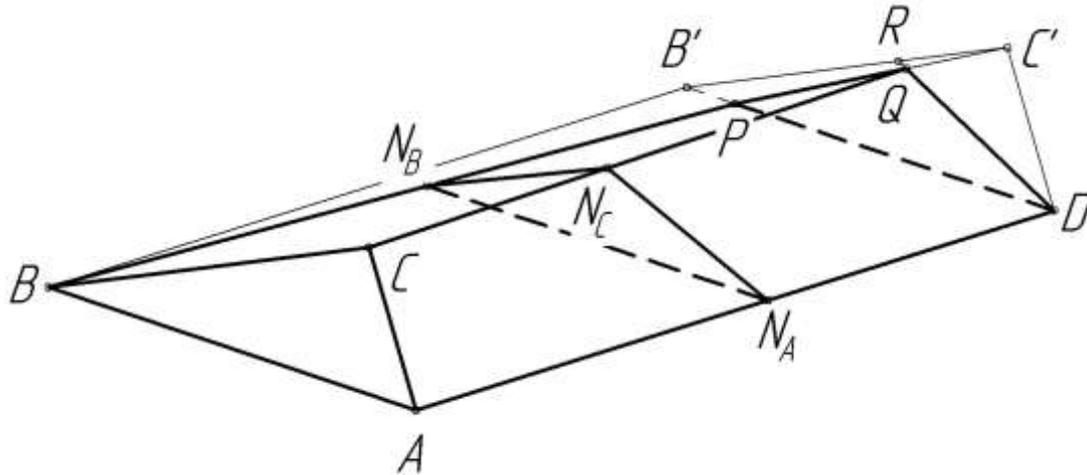


Рисунок 3 – Геометрическая схема поверхности типа крыла

Дополним симплекс $ABCD$ до призмы $ABCDB'C'$. Поскольку $ABCDB'C'$ - треугольная призма, имеют место следующие точечные соотношения:

$$\begin{aligned} B' &= B + D - A \\ C' &= C + D - A \end{aligned} \quad (3)$$

Точки P и R определим одним и тем же параметром p на соответствующих прямых.

$$\begin{aligned} P &= (D - B')p + B' = Dp + B'\bar{p} \\ R &= (B' - C')p + C' = B'p + C'\bar{p} \end{aligned} \quad (4)$$

Точку Q определим как пересечение прямых PC' и DR в локальном симплексе $B'C'D$. Определим точку Q с помощью параметра q .

$$Q = P\bar{q} + C'q = Dp\bar{q} + B'\bar{p}\bar{q} + C'q. \quad (5)$$

Вычислим площадь треугольника DRQ и приравняем её значение к нулю. В соответствии с s -теоремой точечного исчисления Бальюбы-Найдыша, имеем:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & p & \bar{p} \\ p\bar{q} & \bar{p}\bar{q} & q \end{vmatrix} = 0. \quad (6)$$

Решим уравнение (6) относительно параметра q :

$$pq - \bar{p}^2(1 - q) = 0 \Rightarrow q(p + \bar{p}^2) = \bar{p}^2 \Rightarrow q = \frac{\bar{p}^2}{\bar{p}^2 + p} \Rightarrow \bar{q} = \frac{p}{\bar{p}^2 + p}. \quad (7)$$

Подставляем значение q и \bar{q} в уравнение (5), получим:

$$Q = D \frac{p^2}{\bar{p}^2 + p} + B' \frac{p\bar{p}}{\bar{p}^2 + p} + C' \frac{\bar{p}^2}{\bar{p}^2 + p}. \quad (8)$$

Подставляем выражение (3) в уравнения (4) и (8), после некоторых преобразований получим:

$$P = -A\bar{p} + B\bar{p} + D$$

$$Q = -A \frac{\bar{p}}{\bar{p}^2 + p} + B \frac{p\bar{p}}{\bar{p}^2 + p} + C \frac{\bar{p}^2}{\bar{p}^2 + p} + D. \quad (9)$$

Подвижный симплекс $N_A N_B N_C$ определяется системой линейных точечных уравнений:

$$\begin{cases} N_A = Av + D\bar{v} \\ N_B = Bv + P\bar{v} \\ N_C = Cv + Q\bar{v} \end{cases} \quad (10)$$

Подставляем полученные выражения (9) в уравнение (10) и после некоторых преобразований, получим точечные уравнения, определяющие положение подвижного симплекса:

$$\begin{cases} N_A = Av + D\bar{v} \\ N_B = -A\bar{p}\bar{v} + B(v + \bar{p}\bar{v}) + D\bar{v} \\ N_C = -A \frac{\bar{p}\bar{v}}{\bar{p}^2 + p} + B \frac{p\bar{p}\bar{v}}{\bar{p}^2 + p} + C \frac{\bar{p}^2 + p\bar{v}}{\bar{p}^2 + p} + D\bar{v} \end{cases}, \quad (11)$$

где $\bar{v} = 1 - v$.

Поскольку общее уравнение поверхности с консольным закреплением достаточно объёмное, то результат представим в виде расчетного алгоритма:

1. Определяем текущие точки подвижного симплекса $N_A N_B N_C$ из уравнения (11).

2. Задаём форму профиля поверхности с консольным закреплением с помощью уравнения (1) или (2).

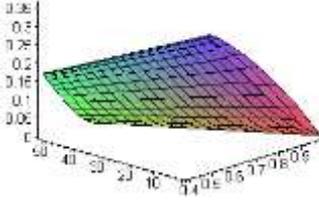
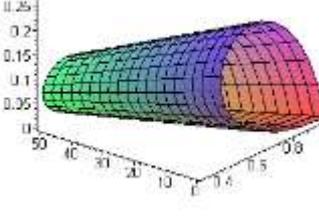
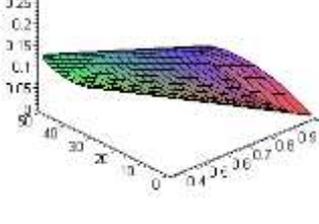
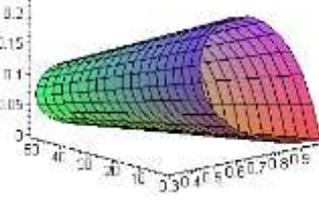
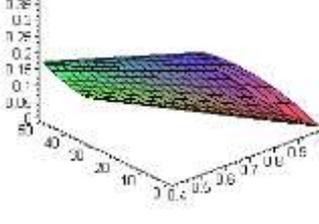
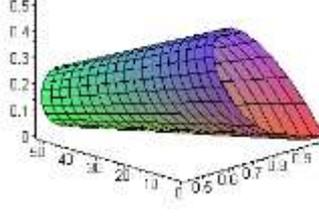
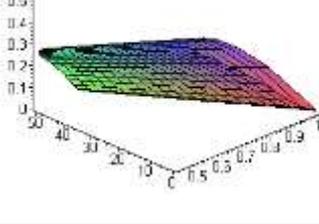
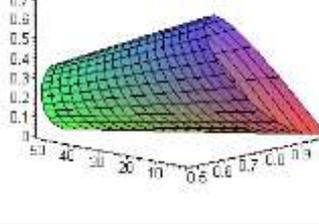
Полученный сегмент консольной поверхности определяется четырьмя точками симплекса A, B, C, D и тремя параметрами формы. Два из них (f_p и f_q) определяют геометрическую форму профиля сечения этой поверхности, а параметр p определяет, насколько уменьшится (или увеличится) размер симплекса $B'C'D$ (рис. 3) по сравнению с исходным симплексом ABC и, следовательно, насколько уменьшится (или увеличится) профиль сечения конструируемой поверхности.

Воспользуемся программным пакетом *Maple* для построения сегмента консольной поверхности типа крыла. Точки симплекса име-

ют следующие координаты: $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $C(0,5;0;1)$ и $D(0;50;0)$. Параметр формы $p = 0,4$.

Таблица 2

Пример геометрической модели конструируемой поверхности

№ п/п	Вид дуги кривой 2-го порядка	Значения параметров	Геометрическая модель консольной поверхности в зависимости от геометрической схемы конструирования кривой 3-го порядка	
			Схема на рисунке 1	Схема на рисунке 2
1	Эллипс	$f_P = 0,8$		
	Парабола	$f_Q = 0,5$		
2	Эллипс	$f_P = 0,9$		
	Эллипс	$f_Q = 0,6$		
3	Парабола	$f_P = 0,5$		
	Эллипс	$f_Q = 0,8$		
4	Гипербола	$f_P = 0,2$		
	Эллипс	$f_Q = 0,8$		

Выводы. В работе предложена возможность использования кривых одного отношения для геометрического и компьютерного моделирования поверхности с консольным закреплением типа крыла с переменным профилем сечения, что позволят использовать в качестве профиля сечения конструируемой поверхности единую кривую 2-го порядка гладкости. Это, в свою очередь, может существенно улучшить аэродинамические характеристики предложенной консольной поверхности.

Литература

1. Конопацький Є.В. Побудова просторової дуги кривої третього порядку / Конопацький Є.В., Поліщук В.І. // Матеріали VIII Міжнародної наукової конференції молодих вчених, аспірантів і студентів. Вип. 2009-5(79). Т. 2. - Макіївка: ДонНАБА. - 2009. – С.169-172.
2. Конопацький Є.В. Криві третього порядку, як криві одного відношення / Конопацький Є.В., Старченко Ж.В. // Праці / Таврійський державний агротехнологічний університет. Вип. 4. Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Т. 51. – Мелітополь: ТДАТУ, 2011. – С.111-115.
3. Конопацький Є.В. Геометричне моделювання алгебраїчних кривих та їх використання при конструюванні поверхонь у точковому численні Балюби-Найдиша: дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук: 05.01.01 / Конопацький Євген Вікторович – Мелітополь: ТДАТУ, 2012. – 163 с.
4. Точечное исчисление – математический аппарат параллельных вычислений для решения задач математического и компьютерного моделирования геометрических форм. [Балюба И.Г., Полищук В.И., Горягин Б.Ф., Малютин Т.П.] // Материалы Международной научной конференции «Моделирование – 2008», 14-16 мая 2008 р., г. Киев, Том 2. – С.286-290. Институт проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины.

МОДЕЛИРОВАННЯ КОНСОЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ ТИПА КРИЛА ЗІ ЗМІННИМ ПРОФІЛЕМ ПЕРЕРІЗУ

Павленко А.М., А.В. Найдиш, В.М. Верещага, І.Г. Балюба, Є.В. Конопацький

Анотація – В роботі наведено спосіб геометричного та комп'ютерного моделювання консольної поверхні типу крила зі змінним профілем перерізу в точковому численні Балюби-Найдиша.

THE CONSOLE SURFACE MODELLING THE TYPE OF WING WITH THE VARIABLE PROFILE OF SECTION

A. Pavlenko, A. Najdysh, V. Vereshaga, I. Baluba, E. Konopatskiy

Summary

In work the method of geometrical and computer modelling a console surface the type of wing with a variable profile of section in Baluba-Najdysh dot analysis is presented.