УДК 514.18

ЗАСТОСУВАННЯ СПОСОБУ РОЗРОСТАННЯ ЧАРУНОК ДЛЯ РЕКОНСТРУКЦІЇ ДИСКРЕТНО ПРЕДСТАВЛЕНИХ ПОВЕРХОНЬ

Павленко О.М., аспірант *
Таврійський державний агротехнологічний університет
Тел. (0619)42-20-32

Анотація **– у статті проведено, на розрахункових прикладах, дослідження способу розростання чарунок у процесі реконструкції дискретно представленої поверхні (ДПП); у відсотковому відношенні встановлено розмір похибки, що виникає при його застосуванні відносно відповідних значень, отриманих за результатами їх розрахунку з аналітично представленої поверхні, яка ізоморфна досліджуваній ДПП.**

Ключові слова **– дискретно представлена поверхня, БН-числення, дуга параболи, точкове рівняння.**

Постановка проблеми. Існує багато поверхонь, меридіани якої проходять через одну точку, що є її вершиною; а ближче до екватора відстань між цими меридіанами збільшується і, якщо при цьому не згущувати сітку, яку утворюють її меридіани, то відстань між точками, що визначають чарунки в районі екватора, буде збільшуватися, а звідси, відповідно, точність реконструкції ДПП, безпосередньо біля екватора, буде зменшуватись. Окрім того, біля вершини поверхні форма чарунку має трикутну форму, а ближче до екватора – чотирикутну. Враховуючи цю обставину, виникає необхідність створення такого способу реконструкції, математична модель якого взагалі не зважала на форму чарунки, чи то вона чотири- або трикутна і нехай виродилась у пряму або навіть у точку. Спосіб розростання чарунок, запропонований нами, позбавлений вищеназваних вад. Розв’язання цієї задачі дозволить реконструювати ДПП зі значеннями похибки, величина яких буде змінюватись у допустимих межах, і буде, практично, однаковою по всій реконструйованій поверхні, формалізованій за допомогою БН-числення, у вигляді точкових рівнянь сегментів, з яких буде складено цю поверхню.

Аналіз останніх досліджень. Спосіб розростання чарунок для типу задач, сформульованих у постановці проблеми цієї статті, пропонується вперше, але ідея його створення виникла при аналізі доробку Найдиша В.М. [1]. Суть способу розростання чарунок викладено у роботі [2]. Створення його математичної моделі базується на використанні розробок стосовно способу «Лупа 3х3» [3], для реалізації якого необхідно взяти дев’ять опорних точок. У роботі [1] наголошується, що моделювання ДПП, на основі чотирикутних чарунок, розвивається у двох напрямках шляхом: 1) послідовної двовимірної інтерполяції, при цьому рівняння поверхні не відшукується, а кожна чарунка в її середині, в результаті обчислювальних операцій, загущується однією точкою; 2) поліноміальної двовимірної

*Науковий керівник: д.т.н., професор В.М. Верещага інтерполяції узагальненими поліномами і раціональними функціями, недоліками якої є високі степені поліномів і, як наслідок, неминуча поява непередбачуваної осциляції, значні труднощі обчислювальної реалізації, малі можливості цілеспрямованої корекції й керування формою та інше.

Найбільш відомим способом реконструкції ДПП на основі трикутних чарунок є тріангуляція [4, 5, 6, 7], основним недоліком якої є складність встановлення відносин сумісності елементів, який у процесі комп’ютерної реалізації потребує значного ресурсу.

Розвиток БН-числення [8] дозволяє формалізувати процес реконструкції сегменту упорядкованої ДПП на базі способу «Лупа 3х3», у межах якого стає можливим поєднати трикутні та чотирикутні форми чарунок в одному сегменті ДПП.

Формування цілей статті. Дослідити вплив застосування способу розростання чарунок на величину похибки у зоні екватора на прикладі кулі.

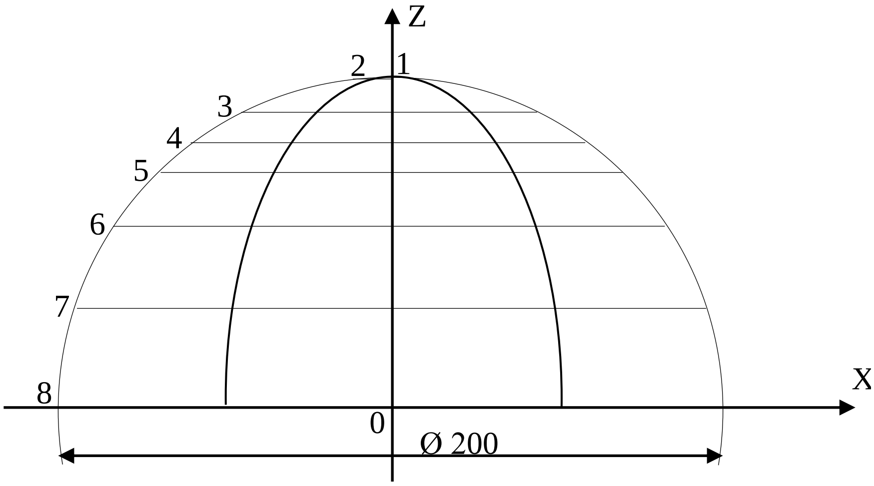


Рис.1 Схема дискретизації кулі без застосування способу розростання чарунок

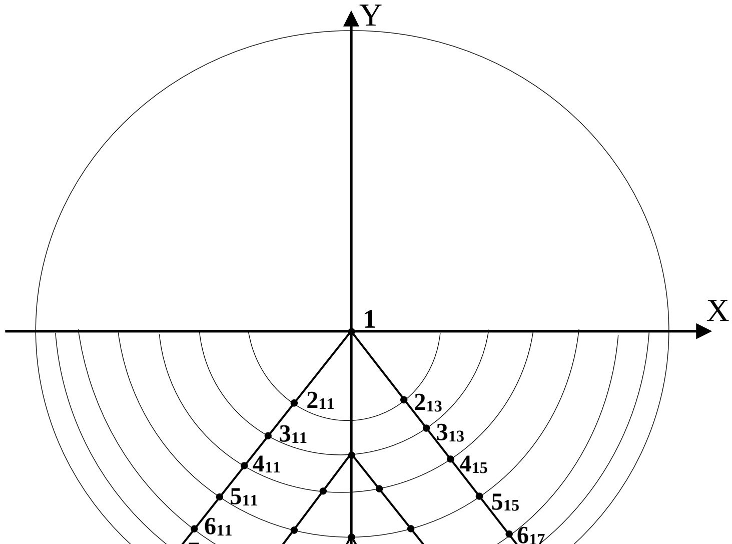


Рис.2 Схема дискретизації кулі для способу розростання чарунок

Основна частина. Розглянемо 1/12 частину кулі (рис. 1).

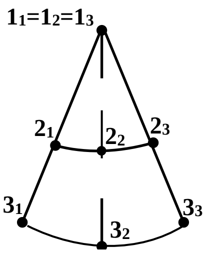


Рис. 3. Схема I сегменту

Розглянемо у просторі перший сегмент, який на рисунку 1 визначений опорними точками 1_1, 2_1, 3_1, 3_3, 2_3, 1_1 (рис. 3). Якщо до нього застосовувати спосіб «Лупа 3x3», то у точці 1 треба розглядати три співпадаючі точки $1_1=1_2=1_3$. Це означає, що дуга $1_1 1_2 1_3$ виродилась у точку.

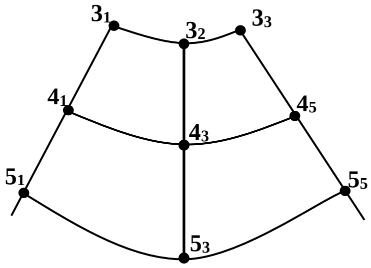


Рис. 4. Схема II сегменту

Другий елемент з рисунку 1 визначений опорними точками 3_1, 4_1, 5_1, 5_5, 4_5, 3_3 (рис. 4).

Третій сегмент з рисунку 1 визначений опорними точками 5_1, 6_1, 7_1, 7_7, 6_7, 5_5 (рис. 5). Четвертий збільшений сегмент у просторі з рисунку 1 визначений опорними точками 7_1, 8_1, 8_9, 7_7 (рис. 6).

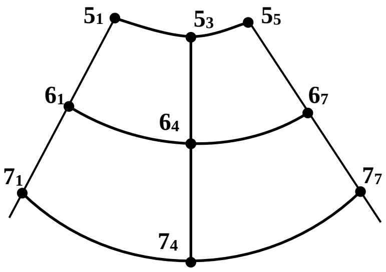


Рис. 5. Схема III сегменту

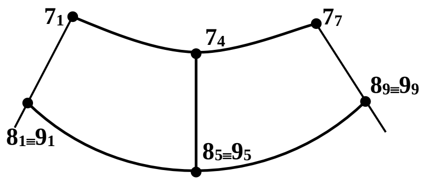


Рис.6. Схема IV сегменту

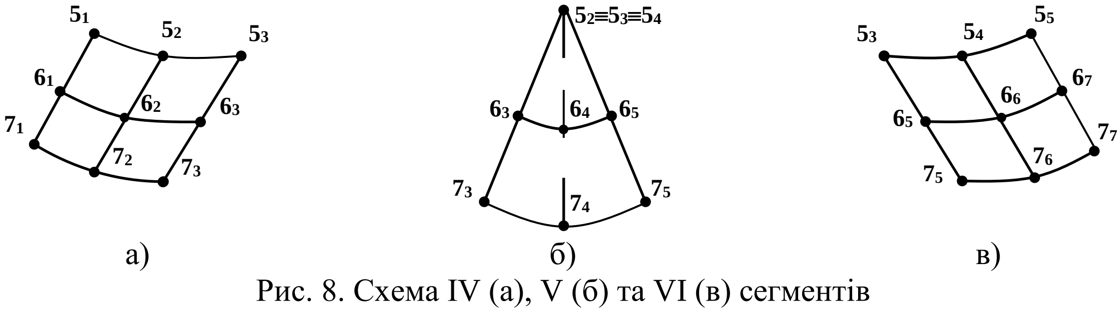
Разом з точками 7_4 та 8_5 опорних точок всього шість, а для способу «Лупа 3x3» [3] їх необхідно дев'ять. Для збереження таких умов просто подвоїмо якусь із трійок, наприклад, з ряду 8, тоді $8_1\equiv 9_1$, $8_5\equiv 9_5$, $8_9\equiv 9_9$.Далі, застосовуючи спосіб «Лупа 3x3» записуємо точкові рівняння усіх чотирьох розглянутих сегментів.

а) б)

Рис. 7 Схема II (а) і III (б) сегментів

Тепер розглянемо дискретизацію кулі у випадку застосування способу розростання чарунок (рис. 2), не застосовуючи проекції.

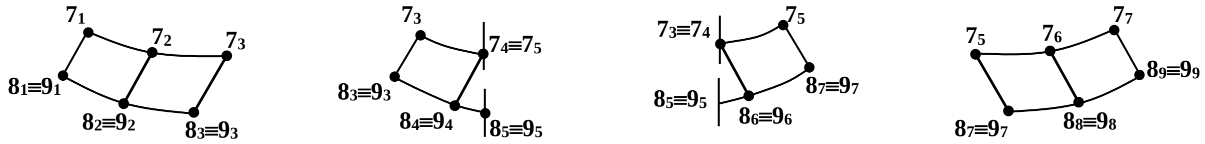
Перший елемент відповідає рисунку. Другий і третій є симетричними відносно осі (рис. 7). Як бачимо, у кожного з сегментів по вісім опорних точок, а потрібно – дев'ять. Однієї точки не вистачає у третьому рядку. Подвоїмо точку 3_2, тоді для лівого сегменту $3_2\equiv 3_3$, а для правого $3_2\equiv 3_1$.



а) б) в)

Рис. 8. Схема IV (а), V (б) та VI (в) сегментів

Четвертий, п'ятий та шостий сегменти визначаються 5-м, 6-м та 7-м рядами. Зобразимо їх без пояснень на рисунку 8:



а) б) в) г)

Рис. 9. Схема VII (а), VIII (б), IX (в), X (г) сегментів

Останні чотири сегменти, що знаходяться між 7-м та 8-м рядами теж зобразимо без пояснень (рис. 9):

Для усіх елементів, зображених на рисунках 3-9, точкове рівняння має вигляд:

$$M = [A_1\bar{u}(1-2u) + 4A_2u\bar{u} + A_3u(2u-1)]\bar{v}(1-2v) +$$
$$+ 4[B_1\bar{u}(1-2u) + 4B_2u\bar{u} + B_3u(2u-1)]v\bar{v} +$$
$$+ [C_1\bar{u}(1-2u) + 4C_2u\bar{u} + C_3u(2u-1)]v(2v-1),$$

де A_i, B_i, C_i – умовно позначені опорні точки; u, v – змінні параметри, що належать відрізку [0,1]; $\bar{u} = 1-u$, $\bar{v} = 1-v$.

Для отримання рівняння того чи іншого сегменту в нього необхідно замість A_i, B_i, C_i підставити опорні точки відносно сегменту.

Треба зауважити, що схема дискретизації може бути зовсім іншою, ніж представлена на рисунку 2. Для проведення порівняння на поверхні кулі радіусом 100 мм з центром, розташованим у початку системи координат представленої рівнянням:

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2.$$

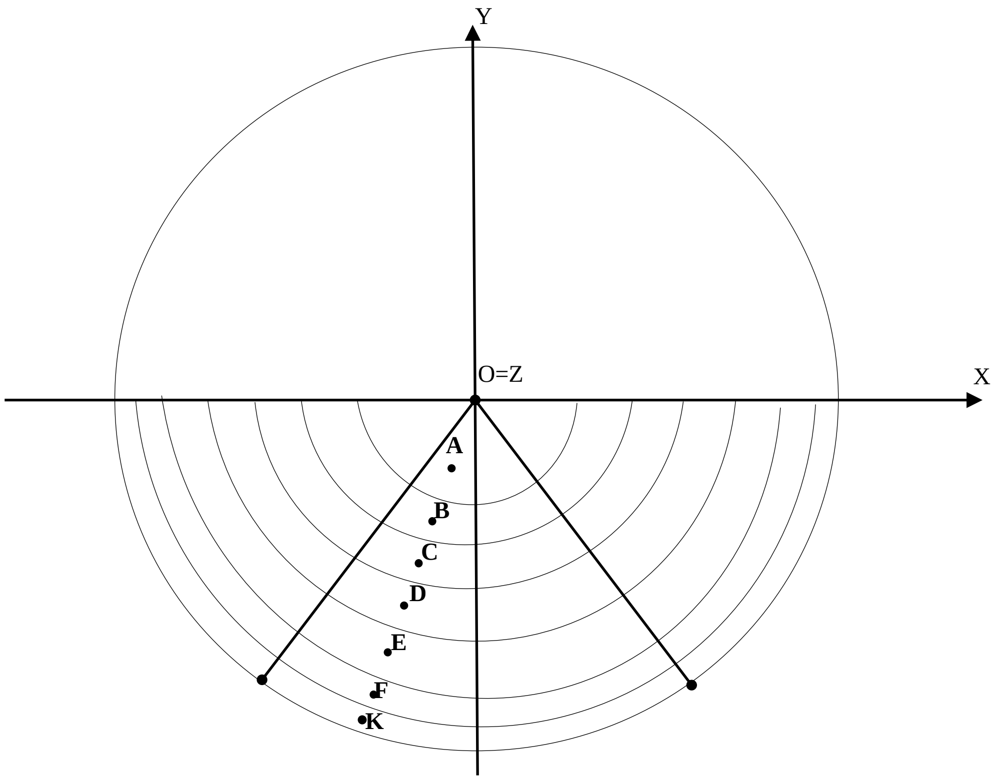


Рис. 10 Точки на поверхні кулі для проведення порівняння

Довільно оберемо точки *A, B, C, D, E, F, K* по одній на полосі (рис. 10) для схеми дискретизації, що представлена на рисунку 1. Потім, за допомогою цих точок, розраховуємо поверхні кулі, що реконструйована за першою та другою схемами дискретизації (рис. 1, 2) і розраховуємо відхилення.

Таблиця 1

Значення поверхні кулі та її відхилення без застосування способу розростання чарунок

x	y	$Z_{сф.}$	$Z_{лупа1}$	ΔZ	ΔZ, %
0,1496	-0,34	9,9931	9,9932	-0,0001	0,001
0,8024	-1,18	9,89766	9,8977	0,00004	0,0004
1,75	-2,4363	9,53949	9,5576	-0,01811	0,19
2,5688	-3,4908	9,01197	8,9936	0,01837	0,204
3,7496	-4,5904	8,05411	8,072	-0,01789	0,222
4,68	-5,4128	6,98564	6,9416	0,04404	0,63
5,5305	-6,5525	5,14571	4,8039	0,34181	6,643

Таблиця 2

Значення поверхні кулі та її відхилення із застосуванням способу розростання чарунок

x	y	$Z_{сф.}$	$Z_{лупа2}$	ΔZ	ΔZ, %
0,1496	-0,34	9,9931	9,9932	-0,0001	0,001
0,8024	-1,18	9,89766	9,8977	-0,00004	0,0004
1,75	-2,4363	9,53949	9,5392	0,00029	0,003
2,5688	-3,4908	9,01197	9,012	0,00003	0,00033
3,7496	-4,5904	8,05411	8,0539	0,00021	0,0026
4,68	-5,4128	6,98564	6,9853	0,00034	0,00487
5,5305	-6,5525	5,14571	5,1455	0,00021	0,004

Таблиця 3

Значення поверхні кулі: табличне ($Z_{сф.}$), без застосуванням способу розростання чарунок ($Z_{лупа1}$) та із застосуванням способу розростання чарунок ($Z_{лупа2}$)

$Z_{сф.}$	$Z_{лупа1}$	$Z_{лупа2}$
9,9931	9,9933	9,9932
9,89766	9,8977	9,8977
9,53949	9,5576	9,5392
9,01197	8,9936	9,012
8,05411	8,072	8,0539
6,98564	6,9416	6,9853
5,14571	4,8039	5,1455

Висновки. У результаті проведенного аналізу (табл. 1, 2, 3) можна зробити висновок, що спосіб розростання чарунок дозволяє більш точно описати досліджувану поверхню, при цьому, похибка знаходиться у межах допуску.

У перспективі, необхідно провести аналіз використання способу розростання чарунок для інших геометричних примітивів та на реальній поверхні земельної ділянки.

Література.

1. *Найдиш В.М.* Дискретна інтерполяція. / *В.М. Найдиш.* – Мел.:2008. – 250 с.
2. *Верещага В.М.* Спосіб розростання чарунок. /*В.М. Верещага, В.В. Кучеренко, О.М. Павленко. //* – Прикладна геометрія, дизайн та об’єкти інтелектуальної власності. Випуск 2. - К.:ДІЯ, 2013. – с. 13-17.
3. *Кучеренко В.В.* Реконструкція способом «Лупа» дискретно представленої поверхні земельної ділянки на основі рівномірної сітки у плані / *В.В. Кучеренко, В.М. Верещага, І.Г. Балюба, Є.В. Конопацький //* Прикладна геометрія та інженерна графіка. Праці / Таврійський державний агротехнологічний університет. – Вип. 4, т.55. – Мелітополь: ТДАТУ, 2012. – с.143-147.
4. *Ильман В.М.* Экстремальные свойства триангуляции Делоне / *В.М. Ильман* // Алгоритмы и программы. Вып.10 (88).- М.: 1988.- С.57-66
5. *Скворцов А.В.* Обзор алгоритмов построения триангуляции Делоне / *А.В. Скворцов* // Вычислительные методы и программирование.- 2002.- Т.3.- С.14-39

6. Верещага В. М., Конопацький Є. В., Павленко О. М. Визначення площі, обмеженої топографічною замкненою плоскою кривою //Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво. – 2015. – №. 20. – С. 119-123.
7. Павленко О. М. Геометричне моделювання вертикального планування горизонтальної земельної ділянки засобами точкового БН-числення: дис. – Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького, 2017.
8. Верещага, В. М. Спосіб згортання (розгортання) чарунок [Текст] / В. М. Верещага, Є. О. Адоньєв, О. М. Павленко // Сучасні проблеми моделювання. – 2016. – №. 7. – С. 32–38.
9. Павленко О.М., Верещага В.М., Кучеренко В.В.Вертикальне планування на місцевості земельної ділянки до ідеально горизонтальної площини // Сучасні проблеми моделювання. – 2014. – №. 5. – С. 32–38.
10. *Watson D.F.* Computing the n-dimensional Delaunay tessellation with application to Voronoi polytopes // The Computer Journal. 1981. 24, N 2. 167-172
11. *Скворцов А.В.* Триангуляция Делоне и её применение. Томск: Изд-во Томского университета, 2002.- 128с.
12. *Найдыш В.М., Балюба И.Г., Верещага В.М.* Алгебра БН-исчисления / *В.М. Найдыш, И.Г. Балюба, В.М. Верещага* // Міжвідомчий науково-технічний збірник. Вип. 90. Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Київ, 2012.– С.210-215.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СПОСОБА РАЗРАСТАНИЯ ЯЧЕЕК ДЛЯ РЕКОНСТРУКЦИИ ДИСКРЕТНО ПРЕДСТАВЛЕННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

А.М. Павленко

***Аннотация* – в статье проведено, на расчетных примерах, исследование способа разрастания ячеек в процессе реконструкции дискретно представленной поверхности; в процентном отношении уставлен размер ошибки, которая появляется при его использовании относительно соответствующих значений, полученных в результате их расчета на аналитически представленной поверхности, которая изоморфна исследуемой ДПП.**

THE METHOD OF OVERGROWTH CELLS TO RECONSTRUCT A DISCRETE REPRESENTATION SURFACE

A. Pavlenko

Summary

The article on the settlement examples, the study method growths of cells in the reconstruction of discrete representation of the surface,

determinate the percentage of errors size that appears when use it in relation to the corresponding values obtained as a result of their calculation on the analytic representation of the surface, which is isomorphic to the DRS study.