5. Хант Дж.А. Марковские процессы и потенциалы [Текст] / Дж. А. Хант // – М.: Изд-во иностранной литературы, 1962. – 283 с.

6. Королюк В.С. Полумарковские процессы и их приложения [Текст] / В.С. Королюк, А.Ф. Турбин // - К.: Наукова думка, 1976. – 184с.

7. Корн Г. Справочник по математике. Для научных работников и инженеров [Текст] / Г. Корн, Т. Корн // - М.: Изд. «Наука», 1974.– 832 с.

8. Литвиненко К.В. Оценка рисков с помощью гиперслучайных стохастических моделей /К.В. Литвиненко// Матеріали міжнародної науково-технічної конференції (24–26 березня, 2015р.) «Інформаційні технології в металургії та машинобудуванні», – Дніпропетровськ, 2015. – С. 89.

9. Литвиненко К.В. Полумарковский гиперслучайный подход к оценке рисков систем [Текст] / К.В. Литвиненко //Зб. наук. праць ОДАТРЯ. – 2014. – Вип.1(4). – С. 78–81.

10. Еремеев В.С. Сравнительный анализ неточности в задачах прикладной геометрии при использовании полиномов Лагранжа и сплайнов /В.С. Еремеев, И.М. Юрив// - Материалы международной научно-практической конференции. (28.10. 2013, г. Мин. воды). «Научные итоги: достижения, проекты,гипотезы». Изд. Северо-Кавказского филиала Белгородского гос. Технол. универс. им. В.Г.Шухова. – 2014, №18, с.142–146.

Анотація. Стаття присвячена дослідженню моделювання стохастичних процесів, випадкові величини яких не задовольняють умові статистичної стійкості. Досліджується можливість представлення функції розподілу гіпервипадкової величині за допомогою процесу усереднення. Запропоновано алгоритм апроксимації усереднених кривих методами теорії сплайнів. Розглядається застосування гіпервипадкового підходу до моделювання процесів, що описуються напівмарківськими моделями.

Ключові слова: імовірність; гіпервипадкові величини; комп’ютерне моделювання; напівмарківські моделі; стохастичне моделювання.

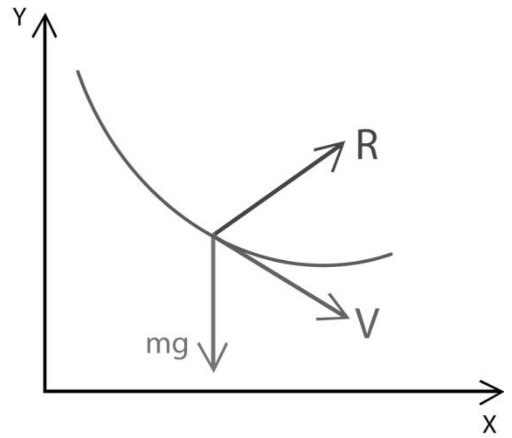
УДК 533.6

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВОЗДУШНОГО ПОТОКА В АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТРУБЕ

Еремеев В., Неменков С., Синицын А.
Мелітопольський державний педагогічний університет
імені Богдана Хмельницького,
м. Мелітополь
e-mail: eremeev@mdpu.org.ua

Изучение механизма разделения сыпучих продуктов на фракции имеет большое значение для разработки технологии обогащения полезных ископаемых и сепарирования различных материалов. Процесс сепарирования основан на возможности разделения смеси в воздушном потоке за счёт зависимости скорости движения частиц от их физических параметров. Примером реализации подобного механизма служит устройство, на которое получен патент под названием «Способ сепарации сыпучей смеси в текучей среде и устройство для его осуществления» [1], где для нагнетания воздуха в струйный генератор использовался мощный вентилятор.

Теоретические основы движения тела в воздушном потоке достаточно подробно рассмотрены в различных курсах физики [2], [3] и аэродинамики [4], [5]. Свободное падение тела сферической формы в атмосфере Земли, рассматривается в работах [2], [6] и других публикациях. В этом случае скорость движения тела относительно мала, что обеспечивает высокую точность использования формулу Стокса. В настоящей работе разрабатывается математическая модель движения частиц в воздушном потоке при наличии гравитационных сил в широком диапазоне значений числа Рейнольдса, что позволяет более корректно описать процесс разделения сыпучих продуктов по фракциям.



Рассмотрим движение частицы M с массой m и с миделевым сечением S в аэродинамической трубе под действием силы R со стороны воздушного потока и силы mg, рис.1. Угол наклона оси трубы к горизонту обозначим через α.

Рис. 1. Схема сил, действующих на частицу

Величина R зависит от скорости воздушного потока v и характеристик частиц. В широком диапазоне значений v, меньших скорости звука, величина R определяется законами Стокса или Ньютона. Вид закона зависит от числа Рейнольдса Re [4]:

$$Re=\rho_в vL/\mu, \qquad (1)$$

где

$\rho_в$ – плотность воздуха,

μ – коэффициент вязкости воздуха,

L - длина, характеризующая форму тела (для шаровой формы L равно диаметру сферы D).

Формулу (1) часто выражают через коэффициент динамической вязкости воздуха $\eta= \mu/ \rho_в$.

$$Re=vL/\eta, \qquad (2)$$

При движении с малыми скоростями и небольших размерах частиц, когда $0 < \mathrm{Re} < 1$, значение силы R, действующей на частицу в направлении воздушного потока, определяется формулой Стокса [2]. При относительно высокой скорости справедлива формула Ньютона

$$R=0.5c_x\rho_в Sv^2 \qquad (3)$$

где

S – миделевое сечение частицы,

c_x – коэффициент сопротивления частицы, определяемый экспериментально.

Значение η при нормальных условиях равно 0,0015 м^2/сек. Согласно формуле (2) для сферических частиц размером от 0.15 мм до 5 мм при скоростях воздушного потока от 20 до 100 м/сек значение числа Рейнольдса $Re=2\div300$. Коэффициент сопротивления в интервале значений Re от 2 до 300 хорошо описывается формулой Клячко [5]:

$$c_x = \frac{4}{\mathrm{Re}}(6+\mathrm{Re}^{2/3}) \qquad (4)$$

Погрешность формулы (4) в интервале значений Re от 0.1 до 1000 не превышает 2%. Подставляя выражения (2) и (4) в формулу (3), получим зависимость силы, действующей на неподвижную частицу, от скорости воздушного потока v в виде

$$R = \frac{2\rho_в Sv\eta}{L}[6+(\frac{vL}{\eta})^{2/3}] \qquad (5)$$

Пусть частица перемещается в аэродинамической трубе, ось которой наклонена к линии горизонта под углом α. Проекции силы (5) на координатные оси равны:

$$\left.\begin{aligned} R_x &= \frac{2\rho_в Sv_x\eta}{L}[6+(\frac{\sqrt{v_x{}^2+v_y{}^2}L}{\eta})^{2/3}] \\ R_y &= \frac{2\rho_в Sv_y\eta}{L}[6+(\frac{\sqrt{v_x{}^2+v_y{}^2}L}{\eta})^{2/3}]. \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Проекции силы, которая действует на частицу, движущуюся со скоростью ***u*** вдоль оси аэродинамической трубы, равны:

$$\left.\begin{aligned} R_x &= \frac{2\rho_в S(v_x-u_x)\eta}{L}[6+(\frac{\sqrt{(v_x-u_x)^2+(v_y-u_y)^2}L}{\eta})^{2/3}] \\ R_y &= \frac{2\rho_в S(v_y-u_y)\eta}{L}[6+(\frac{\sqrt{(v_x-u_x)^2+(v_y-u_y)^2}L}{\eta})^{2/3}]. \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Где u_x и u_y проекции скорости движения частицы в системе координат на рис. 1.

Уравнения движения частицы представим в виде:

$$R_x = m\frac{d(u_x)}{dt}, R_y - mg = m\frac{d(u_y)}{dt}. \qquad (8)$$

Начальные условия уравнений (8) при t=0 запишем в виде:
$u_x = u_x^0$, $u_y = u_y^0$.

Из (8) получим связь между временем и проекциями скоростей частиц на оси абсцисс и ординат:

$$t = \int_0^{u_x^1} R_x du_x / m, t = \int_0^{u_y^1} (R_y - mg) du_x / m \qquad (9)$$

где

u_x^1, u_y^1 – проекции скорости движения частицы в аэродинамической трубе в момент времени t.

Численное решение уравнения (9) позволяет определить зависимости u_x^1, u_y^1 от времени:

$$u_x^1 = u_x(t), u_y^1 = u_y(t) \qquad (10)$$

Обозначим проекции расстояний, которые пролетает частица за время t, через $S_x(t)$ и $S_y(t)$. Принимая во внимание зависимости (10), имеем:

$$S_x(t) = \int_0^t u_x(t)dt, S_y(t) = \int_0^t u_y(t)dt. \qquad (11)$$

Формулы (10), (11) определяют скорость частицы и пройденный путь к моменту времени t. Анализ результатов расчётов по этим формулам позволяет получить информацию о зависимости координат частицы и скорости её движения от её размеров, плотности и начальных условий. Теоретическое прогнозирование эффективности разделения сыпучих продуктов на фракции возможно для выбранных условий сепарирования материалов. Полученные данные являются первым звеном для построения более общей математической модели, которая должна быть привязана к конкретному устройству.

Выводы. В настоящей работе разработана математическая модель движения частиц в воздушном потоке. Предлагаемый метод описания поведения частицы под действием потока при наличии гравитационных сил позволяет исследовать зависимость скорости движения частицы от её физических параметров в широком диапазоне значений числа Рейнольдса. Математическая модель может быть использована при разработке технологии обогащения полезных ископаемых и сепарирования различных материалов.

Литература

1. Патент. Россия. № 2431529. /Способ сепарации сыпучей смеси в текучей среде и устройство для его осуществления / В.С. Сухин, И.В. Чернобай. – Заявл. 23.03.2009. Опубликовано: 10.06.2010. Бюл. № 16.
2. Путилов К.И. Курс физики, том 1.Механика. Акустика. Молекулярная физика. Термодинамика. Учебное пособие для втузов. 11-е изд. / К.И. Путилов / - М. Физматиздат, 1963.– 560 с.
3. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: Учебник для втузов. 10-е изд. / С.М. Тарг / - М.: Высш. шк., 1986. - 416 с.
4. Дейч М.Е. Техническая газодинамика. / М.Е. Дейч / - М.–Л.: Гос.энерго-издат, 1961. – 670 с.
5. Шиляев М.И., Шиляев А.М. Аэродинамика и тепломассообмен газодисперсных потоков. / М.И. Шиляев, А.М. Шиляев / – Томск: Изд-во Томск. гос. архит.-строит. ун-та, 2003. – 272 с.
6. Краткий курс лекций по дисциплине «Теоретические основы защиты окружающей среды». [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://studme.org/12340521/ekologiya/osnovnye_ zakonomernosti_dvizheniya_osazhdeniya_chastits_aerozoley

Анотація. Розроблена математична модель переміщення частинки під дією повітряного потоку і гравітаційних сил в аеродинамічній трубі для діапазону числа Рейнольдса від 0.1 до 1000. Отримані результати можуть бути використані при розробці технології збагачення корисних копалин і сепарування різних матеріалів.

Ключові слова: аеродинамічна труба, повітряний потік, моделювання, сепарація, швидкість руху, траєкторія, частинка, число Рейнольдса.

УДК 519.24(075.8)

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЦЕПОЧКЕ ЛИНЕЙНЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

Еремеев В., Попазов Н.
Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького, м. Мелітополь
e-mail: eremeev@mdpu.org.ua

Постановка задачи. Теория колебаний является одним из главных разделов прикладной физики. Она нашла широкое применение при изучении колебательных процессов в различных разделах науки и техники [1]. Свременные теоретические [2], численные [3] и программные [4] средства позволяют анализировать самые сложные колебательные системы. В статье [5] построена математическая модель для исследования поведения системы,