

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

МЕЛІТОПОЛЬСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ БОГДАНА ХМЕЛЬНИЦЬКОГО

**ПАВЛЕНКО ОЛЕКСАНДР МИХАЙЛОВИЧ**



УДК 514.18

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВЕРТИКАЛЬНОГО ПЛАНУВАННЯ  
ГОРИЗОНТАЛЬНОЇ ЗЕМЕЛЬНОЇ ДІЛЯНКИ ЗАСОБАМИ  
ТОЧКОВОГО БН-ЧИСЛЕННЯ

05.01.01 – Прикладна геометрія, інженерна графіка

Автореферат  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата технічних наук

Мелітополь – 2017

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Таврійському державному агротехнологічному університеті (м. Мелітополь).

**Науковий керівник:** - доктор технічних наук, доцент  
**Караєв Олександр Гнатович,**  
Таврійський державний агротехнологічний університет  
(м. Мелітополь);  
завідувач кафедри сільськогосподарських машин

**Офіційні опоненти:** - доктор технічних наук, професор  
**Куценко Леонід Миколайович,**  
Національний університет цивільного захисту України,  
професор кафедри інженерної та аварійно-рятувальної  
техніки (м. Харків);  
- кандидат технічних наук  
**Залевська Ольга Валеріївна,**  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут» імені І. Сікорського,  
ст. викладач кафедри нарисної геометрії, інженерної та  
комп'ютерної графіки.

Захист відбудеться 21 вересня 2017 р. о 13 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради К 18.053.02 при Мелітопольському державному педагогічному університеті імені Богдана Хмельницького за адресою: 72312, м. Мелітополь, вул. Гетьманська, 20, МДПУ імені Богдана Хмельницького, ауд. 35.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Мелітопольського державного педагогічного університету імені Богдана Хмельницького за адресою: 72312, м. Мелітополь, вул. Гетьманська, 20, МДПУ імені Богдана Хмельницького.

Автореферат розісланий "7" серпня 2017р.

Вчений секретар  
спеціалізованої вченої ради



Д. В. Спирінцев

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** Однією з базових задач проектних робіт з облаштування земельних ділянок є вертикальне планування. У плануванні земельної ділянки за квадратами найбільш складним є визначення проектної відмітки, тобто висоти розташування горизонтальної площини відносно якої об'єм ґрунту насипів та виїмок, дорівнюють одне одному. Цей принцип вертикального планування за квадратами, дає найбільший економічний ефект, оскільки не потрібно вивозити надлишок ґрунту, або завозити його нестачу. Горизонтальна площина, що проходить через точку проектної відмітки, перетинаючи лінії на поверхні рельєфу, які утворені в результаті перетину рельєфу з вертикальними площинами, що проходять через сторони раніше визначених квадратів, утворює точки нульових робіт. Точки нульових робіт знаходяться у горизонтальній площині і визначають дискретно лінію нульових робіт, що є межею між насипами та виїмками.

Основною вадою вертикального планування земельної ділянки за квадратами є складність автоматизації алгоритмів розрахунків, об'єднавши їх в єдиний програмний продукт. Планування ділянки за квадратами потребує втручання у процес розрахунків проектувальника, що призводить до збільшення ресурсних витрат. Другою значною вадою є необхідність створення топографічної карти у горизонталях для досліджуваної ділянки. Це знижує точність у розрахунках та збільшує похибку вертикального планування ділянки і збільшує витрати на реалізацію проекту в цілому. Окрім того, метод вертикального планування земельної ділянки за квадратами передбачає проведення ручної зйомки поверхні рельєфу, що значно підвищує трудомісткість складання проекту вертикального планування та збільшує час на його виконання. У цьому є третя вада планування земельної ділянки за квадратами. Для уникнення цієї вади необхідно застосовувати електронні методи зйомки, що значно підвищить її ефективність. Отже, усунення цих недоліків обумовлює наукову та прикладну актуальність теми дослідження.

Спосіб вертикального планування рельєфу для створення горизонтальної земельної ділянки, який буде розроблятися, має бути здатним до сприйняття вихідної інформації, за результатами зйомки поверхні рельєфу шляхом наземного лазерного сканування, у результаті чого, утворюється великий масив даних. Наземне лазерне сканування (НЛС), як відомо, значно прискорює процес зйомки. Наразі існуючі геометричні методи вертикального планування, здебільшого, не можуть ефективно використовувати отриману таким чином вихідну інформацію. Тому актуальною є створення нових способів геометричного моделювання процесу вертикального планування земельних ділянок, розробку яких будемо здійснювати з використанням геометричного апарату точкового числення Балюби-Найдиша (БН-числення). Основною перевагою точкового БН-числення перед традиційними методами геометричного моделювання є те, що будь-якій графічній операції або, в цілому, графічному алгоритму побудови завжди можна знайти аналітичний опис у точковій формі, який легко програмно реалізується.

Але використання засобів БН-числення для вертикального планування горизонтальних земельних ділянок, потребує додаткових досліджень і розробок

нових теоретико-методологічних підходів. Окрім розв'язання поставленої задачі здобуті результати дозволять розширити операційні можливості БН-числення. Розробка нових способів геометричного моделювання здатних сприймати скінчену дискретну множину точок великих розмірів, є задачею актуальною.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Робота виконувалась у Таврійському державному агротехнологічному університеті за державною науково-технічною підпрограмою 15.1 «Моделювання явищ та процесів на основі критеріїв наближення» (номер державної реєстрації 0111U001949).

У процесі впровадження результатів дослідження розв'язувалась задача створення горизонтальної земельної ділянки зі слабо виявленими нерівностями та малим перепадом у рамках науково-виробничої програми для НВК «Роста».

Методика геометричного моделювання засобами БН-числення горизонтальних земельних ділянок була впроваджена у виробничий процес ПП «Димура», що створило умови для оптимізації виконання земляних робіт при облаштуванні земельної ділянки сільськогосподарського призначення.

Дана методика та її програмна реалізація також були прийняті для впровадження при створенні промислового майданчика під забудову будівельною організацією ТОВ «Укргарден».

Результати науково-дослідної роботи з моделювання горизонтальних земельних ділянок використовуються у навчальному процесі кафедри «Системний аналіз» Мелітопольського інституту державного та муніципального управління з дисциплін «Інженерна графіка» та «Основи програмної інженерії».

**Мета і задачі дослідження.** Метою роботи є розв'язання задачі вертикального планування горизонтальної земельної ділянки засобами точкового числення Балюби-Найдиша.

Для досягнення поставленої мети необхідно розв'язати такі *основні задачі*:

1. Зробити огляд методів прикладної геометрії вертикального планування земельних ділянок та методів зйомки рельєфу.

2. У термінах точкового числення Балюби-Найдиша:

2.1. На основі методів варіативного дискретного геометричного моделювання (ВДГМ), розробити спосіб згущення плоских дискретно представлених кривих з особливими точками, виконати алгоритмічну та програмну реалізацію.

2.2. Розробити спосіб та алгоритм геометричного представлення топографічної поверхні, заданої хмарою точок, отриманої у результаті НЛС.

2.3. Розробити алгоритми визначення меж земельної ділянки, рівня площини закладення та кінцевих точок на горизонталях.

2.4. Розробити алгоритм визначення площ геометричних фігур, які утворюються у результаті перерізу топографічної поверхні горизонтальною площиною.

2.5. Розробити методологію визначення проектної відмітки та лінії нульових робіт для оптимізації вертикального планування земельної ділянки.

3. Результати досліджень впровадити у роботу суб'єктів господарської діяльності.

**Об'єкт дослідження.** Вертикальне планування земельної ділянки.

**Предмет дослідження.** Геометричне моделювання вертикального планування горизонтальної земельної ділянки засобами точкового БН-числення.

**Методи дослідження.** Методи точкового БН-числення, методи варіативного дискретного геометричного моделювання, методи прикладної, нарисної, аналітичної геометрії, методи цифрової картографії та геоінформаційних систем.

**Теоретичне підґрунтя** для досліджень зробили наступні вчені:

- з питань створення методів прикладної геометрії: Колотов С.М., Котов І.І., Найдиш В.М., Обухова В.С., Павлов А.В., Рижов М.М., Філіппов П.В., Четверухін М.Ф., Юдицький М.М.;

- з питань сучасних проблем моделювання: Аушева Н.М., Бадаєв Ю.І., Балюба І.Г., Ванін В.В., Верещага В.М., Гнатушенко В.В., Гумен О.М., Ковальов С.М., Ковальов Ю.М., Корчинський В.М., Куценко Л.М., Найдиш А.В., Несвідомін В.М., Михайленко В.Є., Підгорний О.Л., Пилипака С.Ф., Плоский В.О., Подкоритов А.М., Сергейчук О.В., Соболев О.М., Тулученко Г.Я., Шоман О.В., Юрчук В.П. та їхні учні.

- з питань дискретно геометричного моделювання: Верещага В.М., Грибов С.М., Ковальов С.М., Найдиш В.М., Найдиш А.В., Пугачов Є.В. та їхні учні;

- з питань точкового БН-числення: Балюба І.Г., Верещага В.М., Найдиш В.М., Найдиш А.В., Конопацький Є.В. та їхні учні;

- з питань побудови топографічних поверхонь та вивчення їх властивостей: Верещага В.М., Воронцов О.В., Кучкарова Д.Ф., Найдиш А.В., Найдиш В.М., Плоский В.О., Пилипака С.Ф. та їхні учні.

**Наукову новизну** складають такі результати досліджень:

уперше в термінах БН-числення:

- досліджено геометричний сенс метричного оператора трьох точок прямої, який дає можливість встановити, що кожному числу можна поставити у відповідність множину трійок точок, і навпаки;

- на основі властивостей метричного оператора трьох точок прямої, запропоновано алгоритм знаходження точки дотику кривої, визначеної точковим рівнянням, з прямою, що знаходиться у площині цієї кривої з опуклої її сторони. Алгоритм прискорює і підвищує якість розв'язання задач вертикального планування рельєфу, зменшує витрати на проектування;

- розроблено алгоритм упорядкування вихідної скінченої дискретної множини точок для утворення дискретно представленої поверхні (ДПП) у вигляді дискретно представлених горизонталей, який дозволяє, на основі варіативного дискретного геометричного моделювання, у точковому БН-численні, згущувати точкові ряди, що мають особливі точки;

- вводиться назва та розроблено: «Спосіб розростання чарунок», зроблено класифікацію можливих варіантів геометричних схем даного способу та наведено порівняльні приклади, що показує підвищення точності розрахунків із його застосуванням;

- розроблено методику обчислення об'ємів для елементів топографічної поверхні, що зменшує похибку у розрахунках;

- розроблено узагальнений спосіб розрахунку проектної відмітки та знаходження, у дискретному представленні, лінії нульових робіт, який дозволяє знаходити проектну відмітку з наперед визначеною точністю.

Удосконалено, в термінах БН-числення:

- спосіб супровідних трикутників, що дозволяє згущувати точкові ряди з особливими точками;

- точкове рівняння параболічної поверхні Балюби шляхом введення змінюваної невласної точки параболі другого степеня, що дозволило встановити, що на межах ділянки та на смугах між горизонталями, завжди виникають трикутні чарунки;

- спосіб згущення дискретно представленої горизонталі шляхом застосування локальних симплексів, що утворені точками цієї горизонталі, в ході якого встановлено, що зменшення кількості вихідних параметрів значно спрощує розв'язання задач;

- спосіб триангуляції щодо визначення площі геометричної фігури, яка обмежена замкненою горизонталлю, що дозволило зменшити похибки у розрахунках об'єму ґрунту, підвищити швидкодію та ефективність алгоритмічного й програмного забезпечення.

Отримав подальший розвиток:

- геометричний та обчислювальний апарат БН-числення, відповідне алгоритмічне та програмне забезпечення, що дає подальший розвиток розрахункових методів у програмному забезпеченні інформаційних систем.

**Обґрунтованість і достовірність наукових положень та отриманих результатів** забезпечується і підтверджується доведеними твердженнями, зіставленням тестових прикладів із вже відомими, комп'ютерною реалізацією моделі топографічної поверхні та практичним впровадженням результатів дисертаційного дослідження.

**Практичне значення** одержаних результатів дисертаційного дослідження полягає у розробці методології визначення проектної відмітки та лінії нульових робіт для оптимізації вертикального планування земельної ділянки, а також переходу від вихідної неупорядкованої хмарою точок до упорядкованої двовимірної дискретно представленої топографічної поверхні, що у повній мірі відтворює поверхню цієї множини точок, зменшує у ній кількість вихідних точок, у порівнянні з початковою хмарою, що дає можливість зменшити похибки та видатки на розрахунки у процесі вертикального планування та облаштування земельної ділянки.

**Впровадження результатів роботи здійснено:**

- у науково-виробничій компанії «Роста», де за розробленою методикою було підготовлено горизонтальну ділянку під вирощування саджанців на відкритому зрошуванні;

- у будівельній організації ТОВ «Укргарден», що надало можливість здійснювати теоретичні розрахунки з ймовірним економічним ефектом при створенні промислового майданчика під забудову;

- у виробничий процес ПП «Димура», що створило умови для оптимізації виконання земляних робіт при облаштуванні земельної ділянки сільськогосподарського призначення;

- у навчальний процес кафедри системного аналізу Мелітопольського інституту державного та муніципального управління з дисциплін «Інженерна графіка» та «Основи програмної інженерії».

**Особистий внесок здобувача полягає:** у розробці методик та способів, отриманих за темою дисертаційного дослідження, розробці теоретичних досліджень з точкового БН-числення, алгоритмічного забезпечення та програмної реалізації у проведенні комп'ютерних розрахунків для впроваджень.

Результати виконаних досліджень, які виносяться на захист і складають наукову новизну роботи, викладені у 13 наукових працях.

У спільних публікаціях автором розроблені основні положення та виконано аналіз результатів досліджень.

**Апробація результатів дисертації.** Основні положення дисертаційної роботи доповідалися та обговорювалися на зазначених нижче конференціях:

- XIV-XVIII Міжнародна науково-практична конференція «Сучасні проблеми геометричного моделювання» (м. Мелітополь, 2012-2016 рр.);

- IX-X Кримська міжнародна науково-практична конференція «Геометричне та комп'ютерне моделювання: енергозбереження, екологія, дизайн» (м. Сімферополь, 2012-2013 рр.);

- Міжнародна конференція з математичного моделювання (м. Херсон, 2015 р.);

- IV Всеукраїнська науково-практична конференція студентів, аспірантів та молодих вчених «Прикладна геометрія, дизайн, об'єкти інтелектуальної власності та інноваційна діяльність студентів та молодих вчених» (м. Київ, 2015 р.);

- Всеукраїнська науково-практична інтернет-конференція «Сучасні методи, інформаційне та програмне забезпечення систем управління організаційно-технологічними комплексами» (м. Луцьк, 2015 р.).

**Публікації.** За результатами дослідження опубліковано 13 наукових праць (9 у виданнях, що рекомендовані МОН України), 4 з них одноосібно та 9 у співавторстві. Одна з наукових праць опублікована у міжнародному виданні.

Структура та об'єм дисертаційної роботи. Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел із 200 найменувань та двох додатків. Робота містить 224 сторінки основного тексту, 5 таблиць, 65 рисунків.

## ЗМІСТ РОБОТИ

Вступ містить загальну характеристику роботи, розкриває стан та перспективи розв'язання науково-практичних задач геометричного моделювання з обраного напрямку досліджень. У ньому обґрунтовано актуальність теми, сформульовано мету та задачі досліджень, показано наукову новизну та практичне значення отриманих результатів, наведено відомості про апробацію досліджень та публікації статей щодо теми дисертації, наведено інформацію про впровадження результатів досліджень у практику.

У першому розділі проаналізовано сучасний стан геометричного моделювання форм та процесів, який зосереджено на розробках геометричного моделювання рельєфу земельних ділянок. Розглянуто існуючі методи зйомки вихідної інформації. Проаналізовано існуючі методи вертикального планування рельєфу. На підставі аналізу визначено мету та задачі дисертаційного дослідження.

У дослідженнях Кожедуба С.А. (керівник проф. Плоский В.О.) зроблено класифікацію числових моделей рельєфу та надані рекомендації щодо встановлення зв'язків «модель-задача».

Моделюванням рельєфу місцевості, проектуванням гідротехнічних споруд та водовідведенням на земельних ділянках і промислових майданчиках займались вчені Бурштинська Х.В., Варвариця О.Г., Верещага В.М., Галясовський І.В., Карпінський Ю.О., Кучкарова Д.Ф., Найдиш А.В., Найдиш В.М., Плоский В.О., Пилипака С.Ф., та їхні учні.

Останнім часом Мелітопольською школою прикладної геометрії інтенсивно розробляється точкове БН-числення, яке використовує геометрію відношень однорідних геометричних образів або їхніх однорідних властивостей, що дозволяє отримати нові концепції геометричного моделювання для існуючих напрямків у прикладній геометрії. Розробниками точкового БН-числення є Балюба І.Г. та Найдиш В.М.

Точкове числення наразі розвивається і активну участь у розробці його методів приймають Балюба І.Г., Верещага В.М., Найдиш А.В., Конопацький Є.В., Бездітний А.О., Кучеренко В.В., Давиденко І.П.

На базі методів варіативного дискретного геометричного моделювання (ВДГМ), що розвиваються у Мелітопольській школі прикладної геометрії Найдишем А.В., Гавриленком Є.А., Спирінцевим Д.В., Лебедевим В.О. та їхніми учнями, із застосуванням способів точкового БН-числення у дослідженнях Бездітного А.О., було розроблено спосіб згущення дискретно представлені кривої (ДПК), що може мати точки перегину і може бути замкненою та незамкненою. Щільність точок загущення може збільшуватись до межі похибки розрахунків. На нашу думку, спосіб треба доповнити можливістю згущення ДПК, які мають особливі точки, тоді його у повній мірі можна буде застосовувати для побудови горизонталей на топографічних поверхнях.

У роботах проф. Верещаги В.М., Кучкарової Д.Ф., Найдиша В.М., Михайленка В.Є. надано рекомендації та алгоритми переведення рельєфу, поданого у графічній формі, у числову форму. Розглянуті наукові досягнення цих вчених є підґрунтям для подальших наукових досліджень.

У дослідженнях Хіменко І.Ю. (керівник проф. Пилипака С.Ф.) та Кучеренка В.В. (керівник проф. Верещага В.М.) приділено велику увагу створенню числових моделей топографічних поверхонь та запропоновано способи побудови ліній водотоку та горизонталей. Розроблені алгоритми доведені до програмної реалізації.

У більшості випадків рельєф поділяють на окремі сегменти, які описують поверхнями другого порядку (дослідження Варвариці О.Г., Кучкарової Д.Ф., Киргизбаєва Т.К., Михайленка В.Є., Хаїтова Б.І.); сплайнами (дослідження



Бадаєва Ю.І., Ковтуна О.М.) або дискретно представленими поверхнями (ДПП) та ДПК (роботи Найдиша В.М., Верещаги В.М., Найдиша А.В. та їхніх учнів). Результатом НЛС рельєфу земельної ділянки є хмара точок – дискретна скінчена множина точок, визначених координатами у тривимірному просторі.

Для створення цифрової моделі рельєфу доцільне проведення попередньої обробки первинних вихідних даних, отриманих після НЛС.

Проаналізуємо відомі методи вертикального планування земельної ділянки. Вертикальне планування – зміна природних форм ділянки рельєфу з метою утворення необхідних умов для її використання. У дослідженнях розглянуто ділянки зі слабовираженим рельєфом (схил – до 1,5%; висота перерізу рельєфу – до 0,8 м.).

Вертикальне планування земельної ділянки за квадратами (роботи Ключина Є.Б., Лук'янова В.Ф., Кулешова Д.А.) передбачає поділення її на квадрати, сторони яких залежать від розмірів ділянки і необхідної точності розрахунків, з наступним визначенням сполучних точок та погодженням перевищень між ними. За результатами зйомки складається топографічний план земельної ділянки, який є графічною основою для складання проекту її вертикального планування.

Окрім цього способу, у роботі проаналізовані способи поперечників до магістрального ходу, паралельних ліній, полігонів.

Загальними вадами для усіх розглянутих способів є те, що проекти виконуються у графічному вигляді і процес нівелювання виконується у ручному режимі. Тому необхідно розробити новий спосіб вертикального планування земельної ділянки, придатний для використання у геоінформаційних системах (ГІС).

У роботі проведено порівняльний аналіз кривих другого та третього порядків, поліноміальних кривих, сплайнів, кривих Без'є, ДПК. Для подальшого застосування обрано точкові криві, як найбільш універсальні для відтворення топографічних

кривих та легко програмно реалізовані. Точкові криві можуть бути як неперервними, так і дискретними. На підставі аналізу, проведеного у першому розділі сформульовано мету та задачі дисертаційного дослідження.

У другому розділі розглянуто утворення точкового рівняння дуги параболи другого степеню та кривої третього степеню. Також розроблено спосіб згущення ДПК із застосуванням супровідних трикутників, сутність якого викладено нижче. Під загальним виглядом симплексу треба розуміти

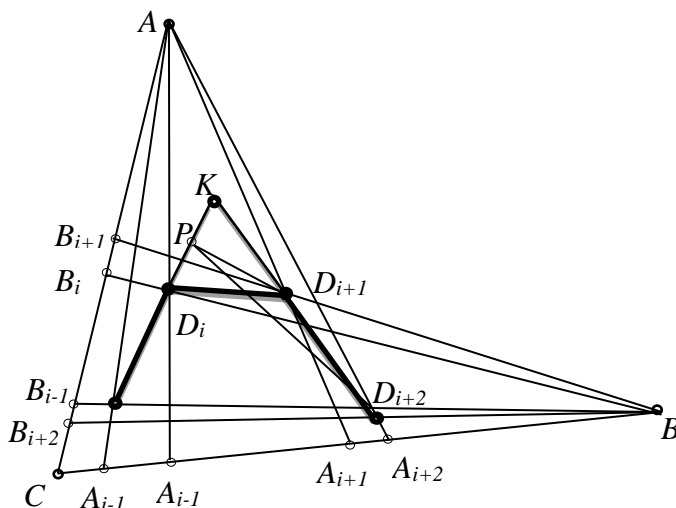


Рис. 1. Схема згущення за загальним виглядом

те, що ні одна з точок  $A, B, C$ , що визначають симплекс  $CAB$ , не співпадає з точками  $D_i$ , які визначають дискретно представлену криву:  $D_{i-1}, D_i, D_{i+1}, D_{i+2}$  (рис. 1).

Координати точок  $A, B, C$  подані у глобальній системі координат. Визначимо точки  $D_j$  за допомогою точкових рівнянь:

$$\begin{aligned} D_{i-1} &= (A - C)p_{i-1} + (B - C)q_{i-1} + C; \\ D_i &= (A - C)p_i + (B - C)q_i + C; \\ D_{i+1} &= (A - C)p_{i+1} + (B - C)q_{i+1} + C; \\ D_{i+2} &= (A - C)p_{i+2} + (B - C)q_{i+2} + C, \end{aligned}$$

де параметри

$$\begin{aligned} p_{i-1} &= \frac{D_{i-1}A_{i-1}}{AA_{i-1}}; q_{i-1} = \frac{D_{i-1}B_{i-1}}{BB_{i-1}}; p_i = \frac{D_iA_i}{AA_i}; q_i = \frac{D_iB_i}{BB_i}; \\ p_{i+1} &= \frac{D_{i+1}A_{i+1}}{AA_{i+1}}; q_{i+1} = \frac{D_{i+1}B_{i+1}}{BB_{i+1}}; p_{i+2} = \frac{D_{i+2}A_{i+2}}{AA_{i+2}}; q_{i+2} = \frac{D_{i+2}B_{i+2}}{BB_{i+2}}. \end{aligned}$$

Використовуючи чотири точки  $D_i, D_{i-1}, D_{i+1}, D_{i+2}$  можемо побудувати одну точку згущення  $D_{i+0,5}$  у трикутнику  $\Delta D_i D_{i+1} K$ . Перші дві точки з цього трикутника  $D_i$  та  $D_{i+1}$  визначені у симплексі  $CAB$ . Необхідно визначити останню вершину трикутника – точку  $K$ . Знайдемо її як результат перетину прямих  $D_{i-1}D_i$  та  $D_{i+1}D_{i+2}$ . Для цього на прямій  $D_{i-1}D_i$  введемо змінювану точку  $P$ , точкове рівняння якої матиме вигляд:  $P = (D_{i-1} - D_i)u + D_i$ . Переміщуючи точку  $P$  по прямій  $D_{i-1}D_i$  шляхом зміни параметру  $u$ , необхідно обрати таке його значення, щоб площа трикутника  $S_{D_{i+1}D_{i+2}P}$  опинилась рівною нулю, або іншими словами, щоб три точки  $P, D_{i+1}, D_{i+2}$  знаходились на одній прямій. Як відомо, за умовою колінеарності, щоби точка  $P$  належала прямій  $D_{i+1}D_{i+2}$  необхідно щоби визначник, який віддзеркалює точкове рівняння прямої, дорівнював нулю:

$$\begin{vmatrix} u(p_{i-1} - p_i) + p_i & u(q_{i-1} - q_i) + q_i & 1 \\ p_{i+1} & q_{i+1} & 1 \\ p_{i+2} & q_{i+2} & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Розкриємо його і отримаємо

$$K = P = (A - C)(d(p_{i-1} - p_i) + p_i) + (B - C)(d(q_{i-1} - q_i) + q_i) + C,$$

$$\text{де } d = \frac{p_{i+2}(q_{i+1} - q_i) + p_{i+1}(q_i - q_{i+2}) + p_i(q_{i+2} - q_{i+1})}{(p_{i-1} - p_i)(q_{i+1} - q_{i+2}) + (q_{i-1} - q_i)(p_{i+2} - p_{i+1})}.$$

Визначимо  $D_{i+0,5} = \frac{D_i + D_{i+1} + K}{3}$ , або у координатній формі

$$x_{i+0,5} = \frac{x_i + x_{i+1} + x_k}{3}; y_{i+0,5} = \frac{y_i + y_{i+1} + y_k}{3}; z_{i+0,5} = \frac{z_i + z_{i+1} + z_k}{3}.$$

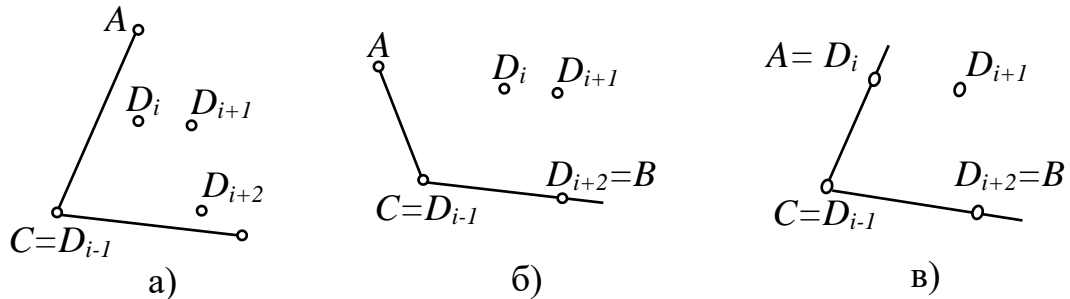
При виконанні процесу згущення ДПК, на кожному кроці обирався симплекс загального вигляду, коли точки, що його визначали, не співпадали з точками ДПК, який можна назвати нульчастинним.

*Означення:*

**Одночастинний симплекс** – симплекс, вершина або одна з точок, які його визначають, співпадають з будь-якою точкою ДПК.

**Двохчастинний симплекс** – симплекс, коли дві точки, які його визначають співпадають у різних варіаціях з точками ДПК.

**Трьохчастинний симплекс** – симплекс, коли усі три точки, які його визначають, співпадають у різних варіаціях з точками ДПК.



Симплекси: а) – одночастинний; б) – двухчастинний; в) – трьохчастинний

Для одночастинного симплексу  $K = P = (A - C)(1 - d)p_i + (B - C)(1 - d)q_i + C$ ,

$$D_{i-1} = C, \text{ де } d = \frac{p_{i+1}q_{i+2} - p_{i+2}q_{i+1} + q_{i+1} + p_{i+2} - q_{i+2} - p_{i+1}}{q_{i+1} + p_{i+2} - q_{i+2} - p_{i-1}}.$$

Для двухчастинного симплексу:

$$D_{i-1} = C, D_{i+2} = B, K = P = (A - C)(1 - d)p_i + (B - C)(1 - d)q_i + C, \text{ де } d = 1 - p_{i+1}.$$

Для трьохчастинного симплексу:

$$K = A(1 - d) + cd, \text{ де } d = \frac{1}{p_{i+1} + 1}.$$

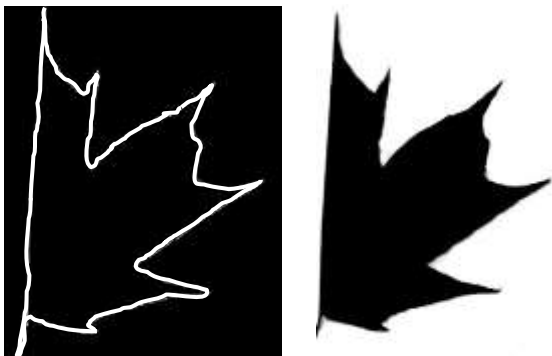


Рис. 2. Згущений точковий ряд (ліворуч) та скан листка

Використання трьохчастинного симплексу набагато спрощує розрахунки за рахунок спрощення виразу  $d$ .

Можливості способу згущення з використанням супровідних трикутників показано у процесі згущення дискретно представленого профілю кленового листка (рис. 2).

У результаті дослідження властивостей (рис. 3), було доведено тотожність  $\sum_{BC}^A = \sqrt{\sum_{BB}^A \cdot \sum_{CC}^A}$ , на підставі якої було побудовано **алгоритм визначення точки дотику прямої, що проходить через точку  $A$ :**

$$A = (A_2 - A_1)p_A + (A_3 - A_1)q_A + A,$$

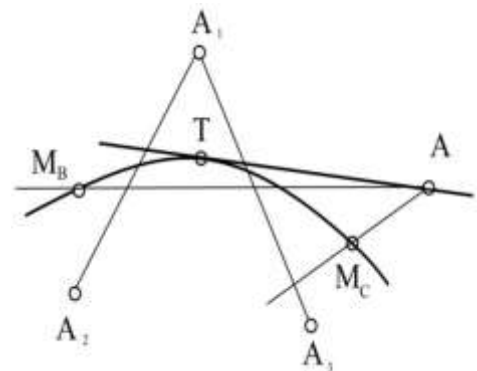


Рис. 3. Геометрична схема побудови дотичної  $AT$

яка знаходиться у площині кривої за її межами з опуклої сторони, до кривої  $M$ , що задана точковим рівнянням

$$M = (A_2 - A_1)p(t) + (A_3 - A_1)q(t) + A_1.$$

Точка дотику  $T$ :

$$T = A_1(1 - p(t_T) - q(t_T)) + A_2p(t_T) + A_3q(t_T)$$

однозначно визначається за умов:

$$\begin{vmatrix} 1 - p_A - q_A & p_A & q_A \\ 1 - p(t_C) - q(t_C) & p(t_C) & q(t_C) \\ 1 - p(t_T) - q(t_T) & p(t_T) & q(t_T) \end{vmatrix} = 0;$$

$$\begin{vmatrix} 1 - p_A - q_A & p_A & q_A \\ 1 - p(t_B) - q(t_B) & p(t_B) & q(t_B) \\ 1 - p(t_T) - q(t_T) & p(t_T) & q(t_T) \end{vmatrix} = 0.$$

Розроблений алгоритм у подальшому буде використано для визначення площ перерізів топографічних поверхонь, що обмежені точковими кривими.

У **третьому розділі** розглядається створення цифрової моделі рельєфу (ЦМР), вихідною інформацією для якої є хмара точок, що отримана із НЛС. Розроблено алгоритм видалення шумової складової вихідної хмари точок. Згідно з дослідженнями Кучеренка В.В., шумовою складовою вважаються елементи (предмети), що випадково опинилися у полі «зору» сканера або не цікавлять дослідника (дерева, кущі тощо); або множина точок, що знята сканером, знаходиться за межами земельної ділянки. Від якісного видалення шумової складової залежить якість роботи усіх алгоритмів, що будуть розроблені у подальших дослідженнях.

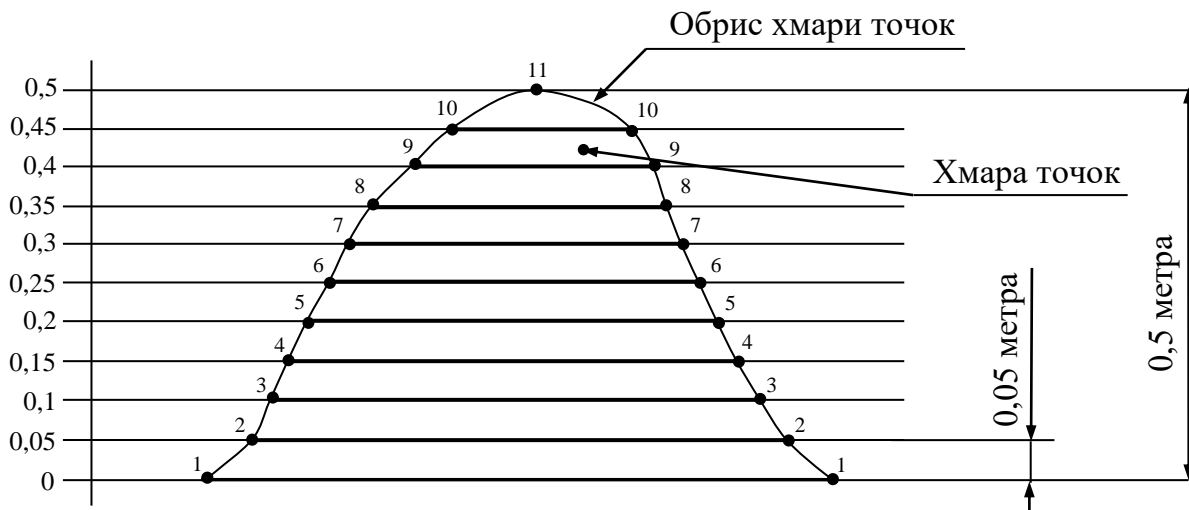


Рис. 4. Ілюстрація до прикладу підготовки вихідної хмари точок

У ході дослідження було розроблено алгоритм переходу від зображення топографічної поверхні у вигляді хмари точок до її задання дискретно представленими горизонталями (ДПГ), який наведено нижче. Він дозволяє видалити зі скінченої дискретної множини точок надлишкову графічну інформацію, яка

завжди виникає при наземному лазерному скануванні (навіть при мінімальному налаштуванні матриці сканування).

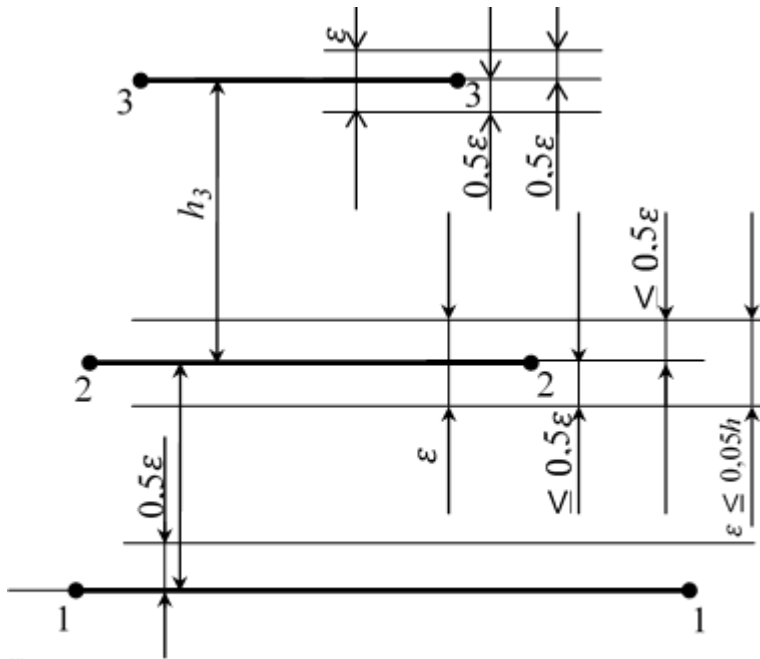


Рис. 5. Схема відхилень від рівнів горизонталей

**Алгоритм переходу від хмари точок до ДПГ у вигляді ДПГ** покажемо на прикладі (рис. 4).

1) Маємо десять горизонталей та одинадцятьу точку, у яку виродилась горизонталь.

2) Щоб сформувати на поверхні хмари точок ДПГ, для рівнів 2, ..., 10 обираємо допуск  $\varepsilon$  на відхилення аплікату точок, що будуть визначати дискретну горизонталь ( $\varepsilon \leq 10\%$  відстані між суміжними рівнями). Повторимо цей пункт для усіх десяти рівнів (рис. 5).

3) Зобразимо на горизонтальній площині ділянку поверхні у вигляді отриманих ДПГ (рис. 6).

4) Виконаємо аналіз щодо побудови додаткових горизонталей

(рис. 7). Як бачимо у плані, відстань між горизонталями, у більшості своїй, скрізь,

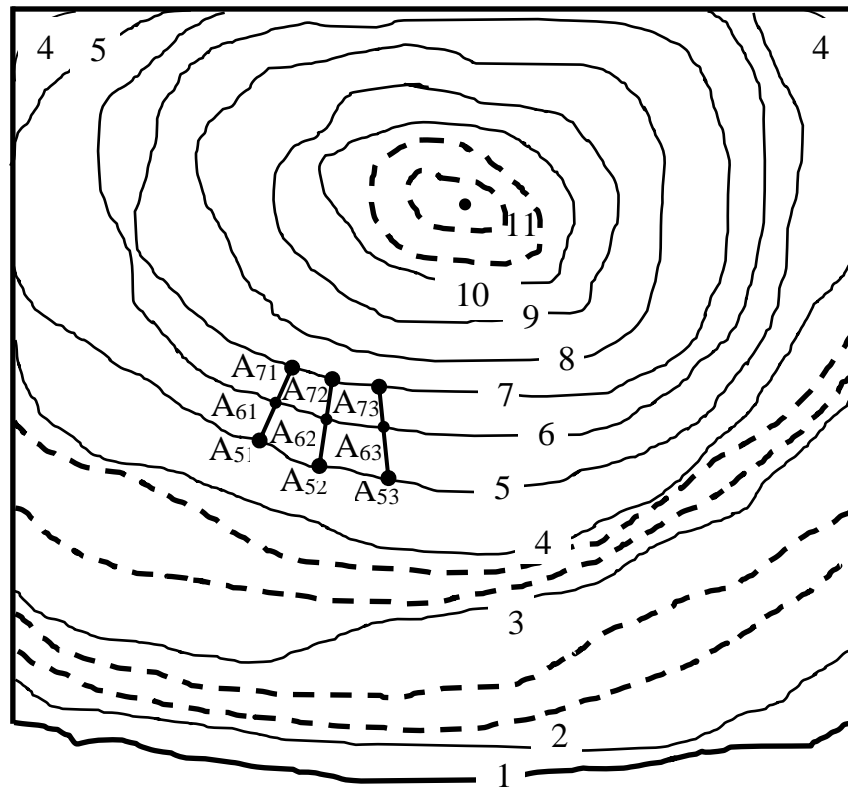


Рис. 6. Приклад ДПГ, сформованих на поверхні хмари точок

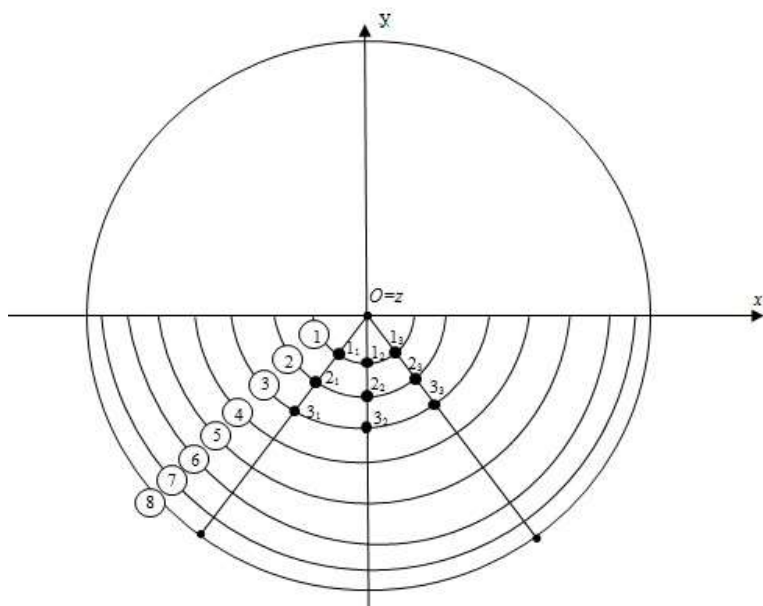


Рис. 7. Точки на поверхні кулі для проведення порівняння

відстані, для цього повторюємо пункт 2).

Таким чином, у запропонованому алгоритмі, створюється ЦМР, заданої ДПГ, які можуть бути, у межах земельної ділянки, замкненими, незамкненими, з розривами тощо.

Якщо, у разі тестування моделі, з'ясується, що точність реконструкції рельєфу, при обраній кількості горизонталей не задовільна, то необхідно повернутися до вихідної хмари точок і збільшити кількість горизонталей у тій частині моделі рельєфу, де виникла велика похибка. У роботі розроблено **спосіб розростання чарунок (СРЧ)**, який дозволяє апроксимувати сегменти дискретно представлених поверхонь, що містять трикутні чарунки.

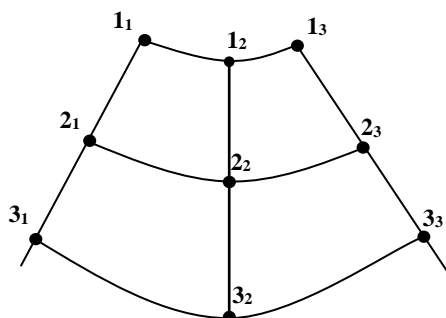


Рис. 8. Сегмент поверхні типу лупа

Приклад. На базі точкового рівняння параболічної поверхні Балюби:

$$M = [A_1 \bar{y}(1 - 2u) + 4A_2 u \bar{y} + A_3 u(2u -$$

приблизно, однакова, і можна вирахувати середню, але між рівнями 2-3, 3-4, 10-11 відстані значно більші середньої.

Це означає, що реконструкція рельєфу, з використанням визначених горизонталей, у вказаних місцях, між 2-3, 3-4 та 10-11 горизонталями, буде мати значно більшу похибку у порівнянні з рештою поверхні.

5) Для виправлення цієї вади у вказаних місцях додатково проводимо горизонталі (на рис. 6 штриховані лінії), щоб у місцях найбільшої відстані між горизонталями досягти середньої

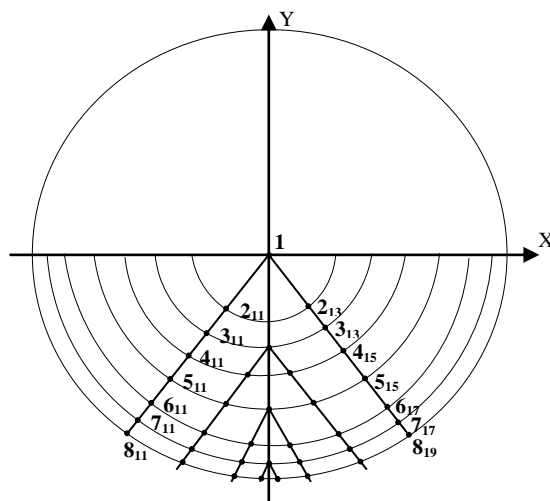


Рис. 9. Прийнята схема дискретизації сфери для способу розростання чарунок

$$1)]\bar{v}(1 - 2v) + \\ + 4[B_{1\bar{u}}(1 - 2u) + 4B_{2u\bar{u}} + B_{3u}(2u - 1)]v\bar{v} + \\ [C_{1\bar{u}}(1 - 2u) + 4C_{2u\bar{u}} + C_{3u}(2u - 1)]v(2v - 1), \quad (1)$$

яке записано для точок  $A_{ij}$ , визначено приклад сегменту топографічної поверхні (рис. 8).

Досліджено апроксимацію різновидів сегментів топографічної поверхні з наявними трикутниковими чарунками. На прикладі сфери (радіус – 100 мм), розглянемо вплив застосування СРЧ на величину похибки у зоні екватора.

Розглянемо схему дискретизації сфери без застосування СРЧ. Розрахуємо координати опорних точок на рівнях 1, 2, 3 (рис. 9). Аналогічно виконаємо за умови застосування СРЧ.

Розрахунки будемо виконувати згідно з (1). У відповідності до якого координатні форми будуть мати вигляд:

$$x_A = [x_{1\bar{u}}(1 - 2u) + 4x_{12u\bar{u}} + x_{13u}(2u - 1)]\bar{v}(1 - 2v) + \\ + 4[x_{21\bar{u}}(1 - 2u) + 4x_{22u\bar{u}} + x_{23u}(2u - 1)]v\bar{v} + \\ + [x_{31\bar{u}}(1 - 2u) + 4x_{32u\bar{u}} + x_{33u}(2u - 1)]v(2v - 1).$$

$$y_A = [y_{1\bar{u}}(1 - 2u) + 4y_{12u\bar{u}} + y_{13u}(2u - 1)]\bar{v}(1 - 2v) + \\ + 4[y_{21\bar{u}}(1 - 2u) + 4y_{22u\bar{u}} + y_{23u}(2u - 1)]v\bar{v} + \\ + [y_{31\bar{u}}(1 - 2u) + 4y_{32u\bar{u}} + y_{33u}(2u - 1)]v(2v - 1).$$

$$z_{AL} = [z_{1\bar{u}}(1 - 2u) + 4z_{12u\bar{u}} + z_{13u}(2u - 1)]\bar{v}(1 - 2v) + \\ + 4[z_{21\bar{u}}(1 - 2u) + 4z_{22u\bar{u}} + z_{23u}(2u - 1)]v\bar{v} + \\ + [z_{31\bar{u}}(1 - 2u) + 4z_{32u\bar{u}} + z_{33u}(2u - 1)]v(2v - 1).$$

Результати розрахунків при  $u = 0,4$ ;  $v = 0,6$  наведено у таблиці:

| Сегменти на горизонталях рівней       | 1, 2, 3 |         | 3, 4, 5 |         | 5, 6, 7 |         |
|---------------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
|                                       | –       | +       | –       | +       | –       | +       |
| Застосування СРЧ                      | –       | +       | –       | +       | –       | +       |
| Апліката на поверхні Балюби, $Z_{II}$ | 96,29   | 96,29   | 75,9887 | 75,9887 | 48,796  | 48,796  |
| Апліката на сфері, $Z_{сф}$           | 96,5204 | 96,6315 | 77,5201 | 75,7644 | 49,6934 | 48,5414 |
| Похибка абсолютна, $P_{абс}$          | 0,2304  | 0,3432  | 1,5314  | 0,2243  | 0,897   | 0,2546  |
| Похибка відносна, $P_{відн}$          | 0,24%   | 0,35%   | 1,98%   | 0,296%  | 1,81%   | 0,52%   |

Як бачимо, похибка біля вершини сфери (рівень 1, 2, 3) із застосуванням СРЧ і без СРЧ приблизно однакові (0,24% та 0,35%). Ближче до екватора (рівень 3, 4, 5) похибка 1,98% та 0,296%. Майже на екваторі – 1,81% та 0,52%. Наведені результати апроксимації сфери параболічною поверхнею Балюби із СРЧ утримує похибку

приблизно на одному рівні як на вершині сфери, так і біля екватору. У той самий час – без СРЧ, похибка апроксимації сфери біля екватору – збільшується, підтверджує корисність використання СРЧ.

Підвищенню точності розрахунків також сприяє **алгоритм згущення ДПГ** на основі супровідних трикутників (СТ) та супровідної ламаної лінії (СЛЛ).

Нехай у симплексі  $CAB$  дискретний точковий ряд  $D_{i-1}; D_i; D_{i+1}; D_{i+2}$  визначає сегмент горизонталі (рис. 10) та супровідний трикутник  $\Delta D_i D_{i+1} K$ . При визначених умовах розрахунковий алгоритм для знаходження точок загущення  $D_{i+0,5}$  буде наступним:

$$1) d = \sqrt{\sum_{i=x,y} (i_{D_{i+2}} - i_{D_{i-1}})^2};$$

$$2) b = \sqrt{\sum_{i=x,y} (i_{D_{i-1}} - i_{D_i})^2};$$

$$3) c = \sqrt{\sum_{i=x,y} (i_{D_{i+2}} - i_{D_i})^2};$$

$$4) b_1 = \sqrt{\sum_{i=x,y} (i_{D_{i+1}} - i_{D_{i-1}})^2};$$

$$5) c_1 = \sqrt{\sum_{i=x,y} (i_{D_{i+2}} - i_{D_{i+1}})^2};$$

$$6) p = \frac{a + b + c}{2};$$

$$7) p_1 = \frac{a_1 + b_1 + c_1}{2};$$

$$8) \text{ Площа } \Delta ABC: S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

$$9) \text{ Площа } \Delta D_{i+1}BC: S_{D_{i+1}BC} = \sqrt{p_1(p_1-a)(p_1-b)(p_1-c)}.$$

$$10) \text{ Параметр } p_{i+1} \text{ визначимо: } p_{i+1} = \frac{S_{D_{i+1}BC}}{S_{ABC}}; d = \frac{1}{p_{i+1} + 1}; K = A(1-d) + Cd.$$

$$11) \text{ Точка загущення } D_{i+0,5} = \frac{D_i + D_{i+1} + K}{3}.$$

12) Тут точки  $K$  та  $D_{i+0,5}$  подані у точковій формі. Для розрахунку їхніх координат надано їхню координатну форму:

$$x_K = x_A(1-d) + x_C d; \quad y_K = y_A(1-d) + y_C d.$$

$$13) x_{i+0,5} = \frac{x_{D_i} + x_{D_{i+1}} + x_K}{3}; \quad y_{i+0,5} = \frac{y_{D_i} + y_{D_{i+1}} + y_K}{3};$$

Цей алгоритм згущення ДПК буде використано для створення ДПГ моделі топографічної поверхні.

У **четвертому розділі** запропоновано, у термінах точкового БН-числення, спосіб геометричного моделювання горизонтальної земельної ділянки з оптимізацією земляних робіт.

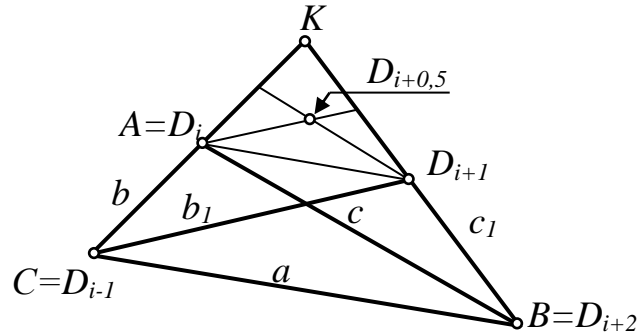


Рис. 10. Схема для визначення точки загущення  $D_{i+0,5}$



Межами земельної ділянки обрано прямий паралелепіпед, який на площину закладення проектується у прямокутний чотирикутник. Площина закладення – найвищий, відносно рівня моря,  $i$ -й рівень поверхні рельєфу, на якому встановлені межі земельної ділянки не перетинаються з горизонталлю, що знаходиться на цьому рівні. Для подальших досліджень важливе визначення кінцевих точок – таких, що належать горизонталям і знаходяться у місцях перетину горизонталі з боковими гранями паралелепіпеду, обмежуючого земельну ділянку ( $L, K$  рис.11). Для визначення кінцевих точок необхідно, для точок горизонталі, що знаходяться біля меж земельної ділянки, розглянути знаки параметрів  $p_{iA}, q_{iA}, r_{iA}$  у симплексі  $ABD$ :

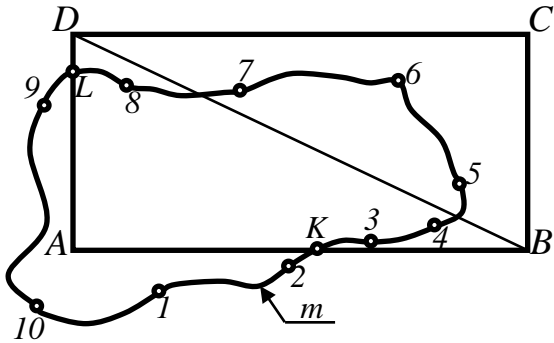


Рис. 11. Схема-приклад для визначення кінцевих точок

Для цих же  $i$ -х точок треба визначити знаки параметрів  $p_{iC}, q_{iC}, r_{iC}$  у симплексі  $CBD$ :

$$p_{iA} = \frac{S_{iBD}}{S_{ABD}}; q_{iA} = \frac{S_{AiD}}{S_{ABD}}; r_{iA} = \frac{S_{ABi}}{S_{ABD}}.$$

Для цих же  $i$ -х точок треба визначити знаки параметрів  $p_{iC}, q_{iC}, r_{iC}$  у симплексі  $CBD$ :

$$p_{iC} = \frac{S_{iCD}}{S_{BCD}}; q_{iC} = \frac{S_{BiD}}{S_{BCD}}; r_{iC} = \frac{S_{BCi}}{S_{BCD}}.$$

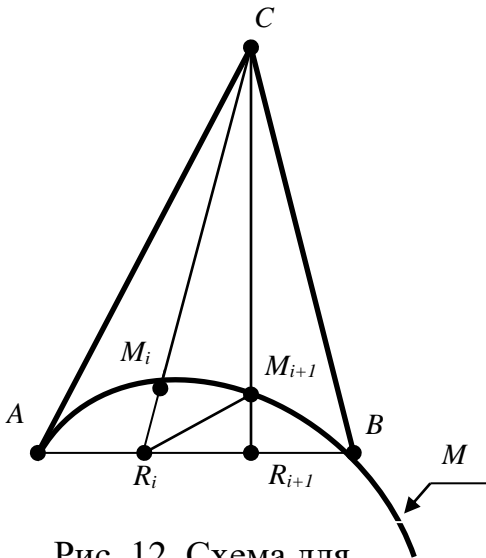


Рис. 12. Схема для визначення площі між відрізком  $AB$  і дугою  $AB$  кривої  $M$

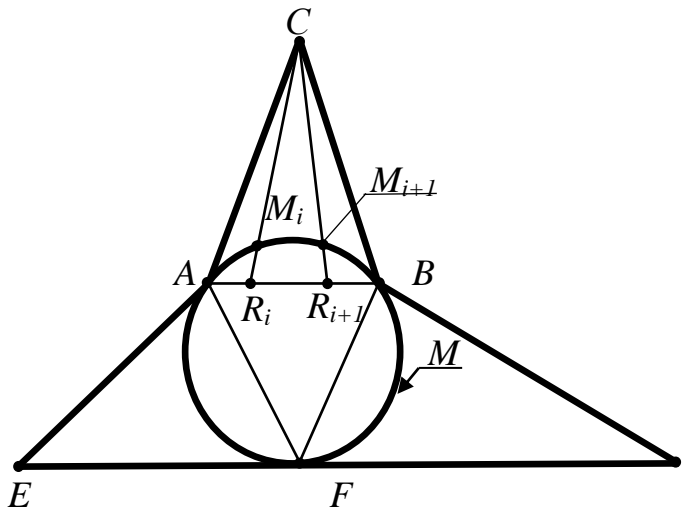


Рис. 13. Геометрична схема для замкненої кривої  $M$

Визначення кінцевих точок на горизонталях дозволить з мінімальними похибками обчислити площу ділянки, обмеженої цією горизонталлю. Для підрахунку об'єму ґрунту, який потребує вертикального переміщення при облаштуванні горизонтальної земельної ділянки, необхідно знати величину площі, обмеженої сегментом незамкненої або замкненої горизонталі топографічної поверхні. Нехай горизонталь має точкове рівняння  $M = (A - C)p + (B - C)q + C$ . Обирається довільна точка  $C$ , у точковій формі знаходяться точки  $A$  та  $B$  на кривій  $M$ . У симплексі  $CAB$  знайдено точкові рівняння для визначення точок  $M_i, R_i, M_{i+1}, R_{i+1}$ . Шукана площа

$S_{сегм}$  визначається як сума площ трикутників (рис. 13):

$$S_{сегм} = S_{AR_iM_i} + S_{M_iR_iM_{i+1}} + S_{R_iR_{i+1}M_{i+1}} + S_{M_{i+1}R_{i+1}B}$$

Розглянуто також інший підхід до визначення  $S_{сегм}$ :

$$S_{сегм} = S_{ABC} - (S_{ACM_i} + S_{CM_iM_{i+1}} + S_{BCM_{i+1}}).$$

На базі цих двох підходів розроблено **алгоритм визначення площі, що обмежена замкненою горизонталлю** (рис. 13). З використанням розглянутих двох підходів обчислюються сегменти з боку вершини  $C$ :  $S_{сегм}^C$ ; з боку вершини  $D$ :  $S_{сегм}^D$ ;

з боку вершини  $E$ :  $S_{сегм}^E$ ; та площа трикутника  $ABF$  –  $S_{ABF}$ ; тоді шукана площа сегмента  $S_{сегм}$  буде здобута:

$$S_{сегм} = S_{сегм}^C + S_{сегм}^D + S_{сегм}^E + S_{ABF}.$$

Також розроблено **алгоритм визначення площі, яка обмежена ДПГ**

**топографічної поверхні.** За допомогою таких горизонталей будемо будувати модель рельєфу земельної ділянки. Наведемо алгоритм для випадку (рис. 14).

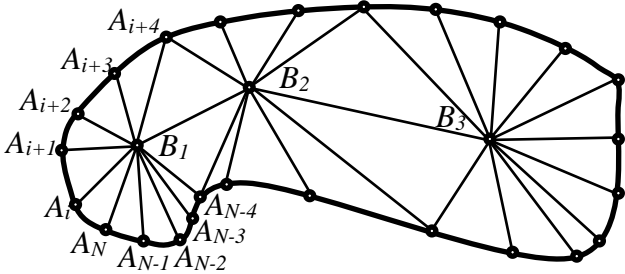


Рис. 14. Збільшення зображення фігури горизонталі

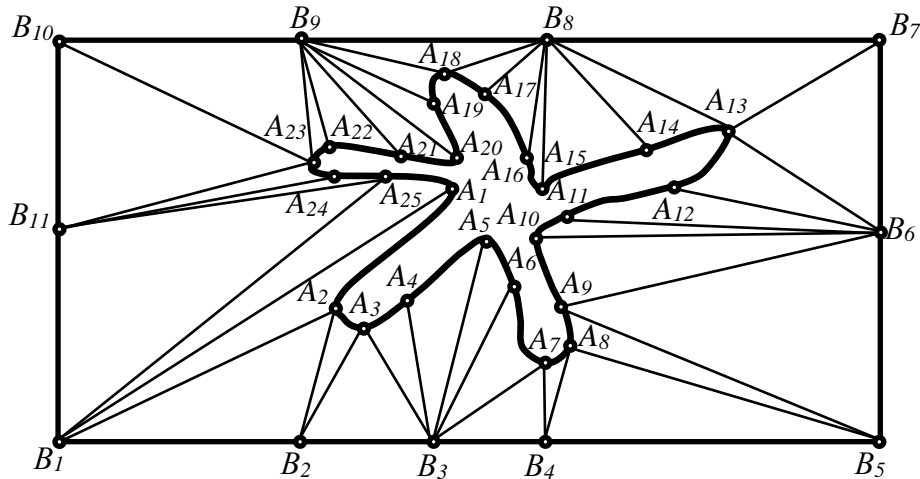


Рис. 15. Другий спосіб визначення площі, обмеженої дискретно поданою горизонталлю

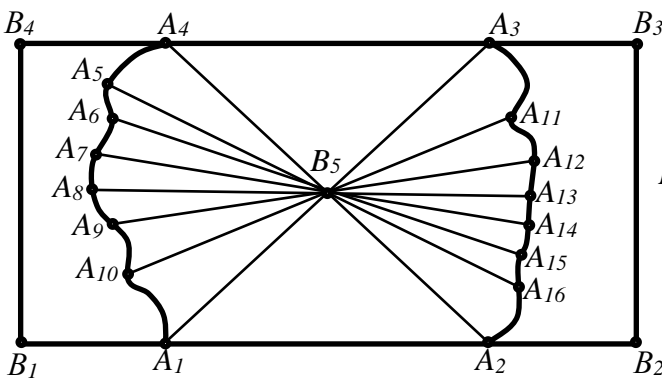


Рис. 16. Визначення площі, обмеженої незамкненою горизонталлю, приклад 1

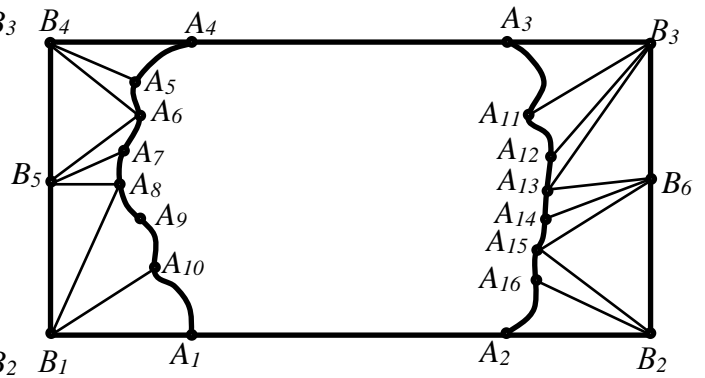


Рис. 17. Визначення площі  $S_{сop}$ , обмеженої не замкненою горизонталлю, приклад 1, другий спосіб.

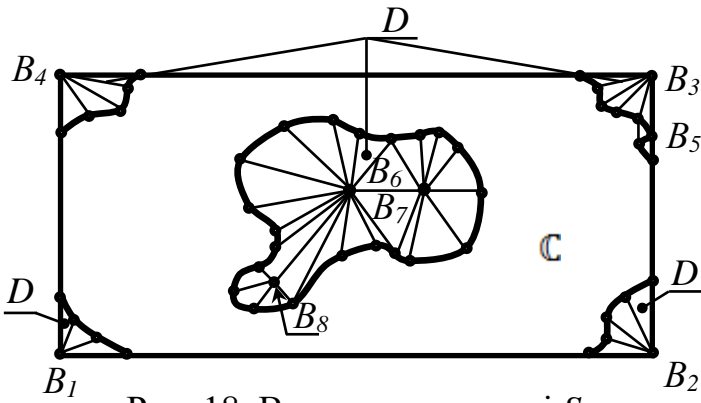


Рис. 18. Визначення площі  $S_{гор}$  геометричної фігури  $C$

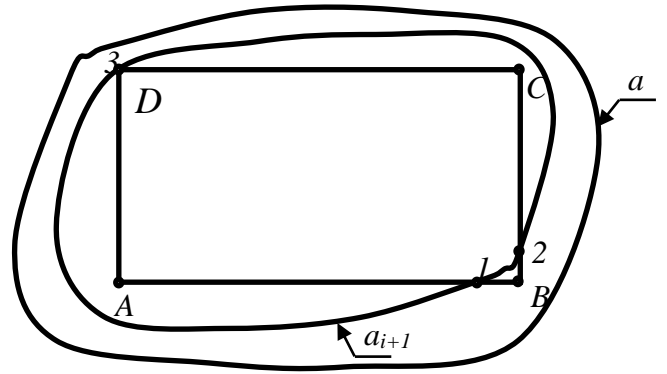


Рис. 19. Щодо визначення площини закладення

- 1) Для визначення площі необхідно обрати довільно декілька точок  $B_j$ .
- 2) З'єднати їх з точками горизонталі  $A_i$ .
- 3) Підрахувати площу усіх трикутників  $B_j A_i A_{i+1}$ .
- 4) Сума площ  $\Delta B_j A_i A_{i+1}$  визначить площу, що обмежена замкненою горизонталлю.

Наведемо цей алгоритм для визначення площі (рис. 15), де чотирикутник  $B_1 B_5 B_7 B_{10}$  обмежує ділянку у плані.

Розглянуто приклади визначення площі геометричної фігури, яка обмежена незамкненою ДПГ (рис. 16-18).

Ці алгоритми буде застосовано для визначення об'ємів елементів топографічної поверхні, що знаходяться між сусідніми горизонталями.

Послідовність обчислення об'ємів елементів рельєфу земельної ділянки будемо виконувати відносно площини закладення. На рис. 19 рівень горизонталі –  $a_i$  є рівнем площини закладення, тому що вона не має спільних точок з прямокутником  $ABCD$ , який встановлює межі земельної ділянки. Цьому  $i$ -му рівню дамо позначення нульового рівня. Площа елемента на нульовому рівні дорівнює площі прямокутника  $ABCD$ , яку позначимо  $S_{ip}$  – розрахункова площа на  $i$ -му рівні.

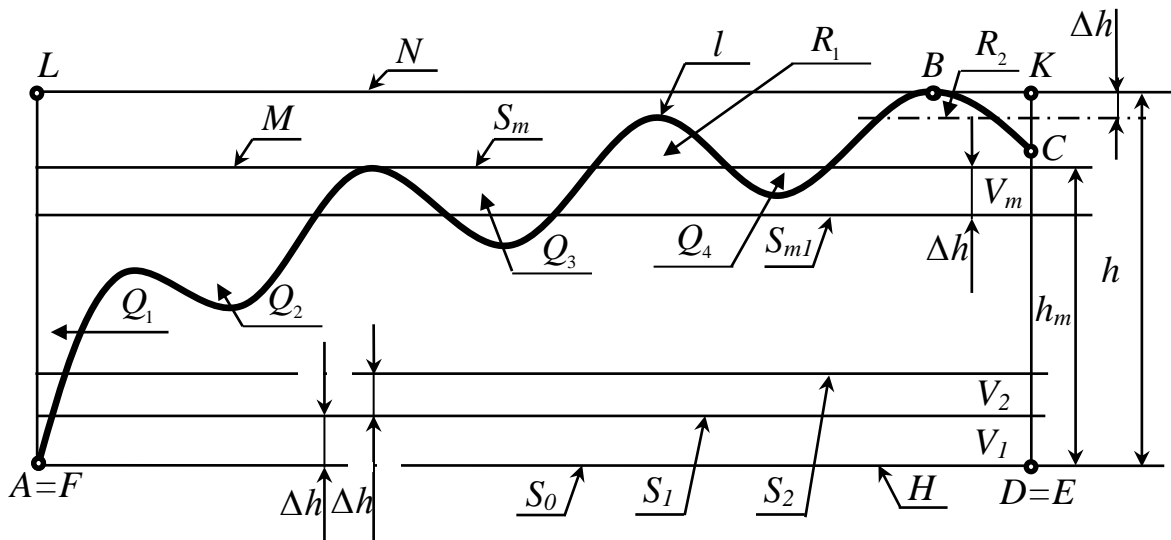


Рис. 20. Вигляд збоку рельєфу вихідної земельної ділянки під промисловий майданчик

Знайдемо розрахункову площу  $S_{(i+1)p}$  на  $(i+1)$ -му рівні. Тоді площа  $S_i$ , яку будемо використовувати для обчислення об'єму елемента рельєфу, визначимо як середні між ними  $S_i = (S_{ip} + S_{(i+1)p})/2$ . Тоді об'єм елемента рельєфу:  $V_i = S_i \cdot h_i$ , де  $h_i$  – відстань між  $i$ -м та  $(i+1)$ -м рівнями. На основі алгоритму розроблено **спосіб розрахунку положення проектної відмітки та лінії нульових робіт**, тобто знаходження  $M$ -площини нульових робіт.

На рис. 20 умовно показано обрис рельєфу земельної ділянки.

Розрахункові формули:

$$V_i = \frac{S_{i-1} + S_i}{2} \cdot \Delta h_i - \text{елементарний об'єм ґрунту};$$

$$\Delta h_i = h_i - h_{i-1} - \text{крок};$$

$$V_{zp} = \sum_{i=0}^n \frac{S_{i+1} + S_i}{2} \cdot \Delta h_i - \text{об'єм ґрунту між площинами } H \text{ та } N;$$

$$\Pi_i = S_{ADEF} \cdot \Delta h_i - \text{елементарний об'єм земельної ділянки};$$

$$Q_i = \Pi_i - V_i - \text{елементарний об'єм порожнини};$$

$$R_m = \sum_{i=n-m}^n \frac{S_{i+1} + S_i}{2} \cdot \Delta h_i - \text{об'єм ґрунту над } m\text{-тою площиною.}$$

$$Q_m = \sum_{i=0}^m (\Pi_i - V_i) = \sum_{i=0}^m (S_{ADEF} - \frac{S_{i-1} + S_i}{2}) \cdot \Delta h_i - \text{об'єм порожнини під } m\text{-тою}$$

площиною.

Алгоритм знаходження площини  $M$ :

$$1) \ i = 0, m = i + 1, \Delta h_i = h_{i+1} - h_i; \varepsilon; h_m = \sum_{i=0}^m \Delta h_i;$$

$$2) \ V_m = \sum_{i=0}^m \frac{S_{i+1} + S_i}{2} \cdot \Delta h_i;$$

$$3) \ \Pi_m = S_{ADEF} \cdot \Delta h_m;$$

$$4) \ Q_m = \Pi_m - V_m;$$

$$5) \ V_{zp} = \sum_{i=0}^n \frac{S_{i+1} + S_i}{2} \cdot \Delta h_i;$$

$$6) \ R_m = \sum_{i=n-m}^n \frac{S_{i+1} + S_i}{2} \cdot \Delta h_i;$$

$$R_m - Q_m > \varepsilon; \rightarrow i = i + 1 \rightarrow 1)$$

$$7) \ \frac{\varepsilon}{2} \geq R_m - Q_m \geq \frac{\varepsilon}{2} \rightarrow \text{кінець}$$

$$R_m - Q_m < \varepsilon \rightarrow i = i + 0,5 \rightarrow n = n + 1 \rightarrow 1).$$

Сенс нерівності з п. 7) алгоритму графічно зображено на рис. 20. Якщо нерівність не виконується необхідно зменшувати крок  $\Delta h_i$  в цілому або ж в області площини  $M$ .

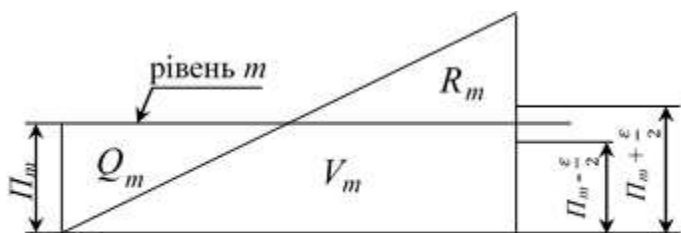


Рис. 20. Схема щодо сенсу нерівності

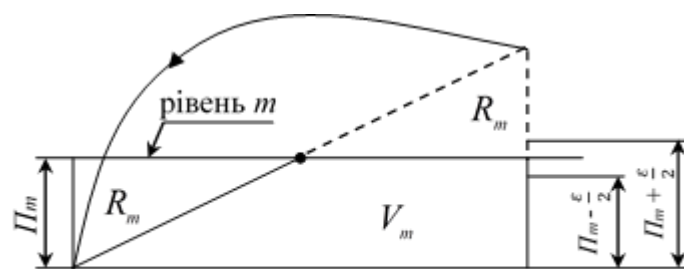


Рис. 21. Схема щодо сенсу нерівності (2)

Можливий інший варіант завершення алгоритму (рис. 21), в якому у п. 7) може бути використана наступна нерівність:

$$P_m - \frac{\epsilon}{2} \leq V_m + R_m \leq P_m + \frac{\epsilon}{2}. \quad (2)$$

Знаходження площини нульових робіт  $M$  у запропонованому алгоритмі є ітераційним процесом.

### ВИСНОВКИ

У дисертації наведене теоретичне обґрунтування і нове розв'язання важливої науково-технічної задачі геометричного моделювання вертикального планування горизонтальної земельної ділянки засобами точкового БН-числення.

У результаті проведених досліджень отримало подальший розвиток точкове числення Балюби-Найдиша в рамках якого було теоретично обґрунтовано та розроблено алгоритм переходу від дискретної скінченої множини точок до її задання дискретно представленими горизонталями. На базі чого, з використання супровідних ламаних ліній та трикутників, розроблено спосіб згущення дискретно представлених кривих (горизонталей), які можуть мати особливі точки.

**Значення для науки** результатів дослідження полягає у подальшому розвитку геометричного апарату точкового числення Балюби-Найдиша та варіативного дискретного геометричного моделювання. Використання отриманих наукових результатів є доцільним у дослідженнях з використанням методів дискретної інтерполяції для моделювання дискретно представлених кривих та поверхонь. Отримані результати орієнтовані на застосування у відповідних інформаційних системах проектування.

**Значення для практики** розробленого способу вертикального планування земельних ділянок полягає у підвищенні ефективності проектування і виконання робіт з облаштування горизонтальних ділянок, сприяє поліпшенню якісних показників та зменшенню видатків як у проектуванні, так і облаштуванні господарських майданчиків.

### Загальні висновки по роботі.

1. Виконано аналіз існуючих джерел щодо методів вертикального планування рельєфу та методів прикладної геометрії для дослідження топографічних поверхонь. Зроблено висновки про необхідність розробки нових геометричних методів вертикального планування, орієнтованих на зйомку рельєфу наземним лазерним скануванням та їх використання у геоінформаційних системних і автоматизованих системах проектування. Це підвищить якість та зменшить вартість розв'язання задач вертикального планування рельєфу.

2. Отримав подальший розвиток спосіб супровідних трикутників, шляхом розробки, у термінах точкового БН-числення, алгоритму згущення. Який дозволяє, на основі методології варіативного дискретного геометричного моделювання, згущувати точкові ряди з особливими точками.

3. Розроблено, у термінах БН-числення, спосіб обробки вихідної інформації для задання досліджуваної топографічної поверхні дискретно представленими горизонталями, виконано його алгоритмічну та програмну реалізацію. Це суттєво спростило побудову геометричної моделі рельєфу земельної ділянки. Як наслідок, зменшено витрати на виконання проектних робіт.

4. Запропоновано, у термінах БН-числення, методологію визначення рівня площини закладення. Це дало змогу розробити алгоритми визначення меж промислового майданчика та кінцевих точок на усіх горизонталях рельєфу.

5. На основі триангуляції геометричних фігур у перерізах на топографічній поверхні, розроблено, у термінах БН-числення, алгоритми розрахунку площ цих геометричних фігур довільної форми. Це надало можливість зменшувати похибки у розрахунках об'єму ґрунту, підвищувати ефективність відповідного алгоритмічного та програмного забезпечення.

6. На базі розробленої методології обчислення елементарних об'ємів топографічної поверхні, запропоновано і реалізовано (алгоритмічно та програмно) у термінах БН-числення спосіб визначення проектної відмітки та знаходження лінії нульових робіт, із наперед визначеною точністю. Це дозволило зменшити похибку, час, витрати ресурсів при проектуванні. Спосіб орієнтований на застосування у відповідних ГІС. Разом з цим, у термінах БН-числення, було розв'язано низку прикладних задач: визначення кінцевих точок, визначення точки дотику кривої з прямою, знаходження площини нульових робіт та ін.

7. На основі розроблених алгоритмів і способів було сформовано методіку облаштування господарських майданчиків, які були впроваджені у виробничий процес ПП «Димура», науково-виробничу компанію «Роста», будівельну організацію ТОВ «Укргарден» та навчальний процес кафедри «Системний аналіз» Мелітопольського інституту державного та муніципального управління.

**Достовірність** отриманих у роботі теоретичних та практичних результатів підтверджується тестовими прикладами та проведенням комп'ютерних експериментів з моделлю, вихідною інформацією для якої були емпіричні дані. Порівняльний аналіз експериментальних та емпіричних даних співпали у межах визначеної похибки.

## **СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ**

### ***Основні наукові результати дисертації:***

*статті в міжнародних виданнях*

*та у виданнях, які включено до наукометричних баз:*

1. Павленко О.М. Геометричний алгоритм визначення точки дотику / В.М. Верещага, О.М. Павленко // Вісник Херсонського національного технічного університету / XVI Міжнародна конференція по математичному моделюванню – Херсон: ХНТУ, 2015. – С. 539-541.

Особисто здобувачем розроблено геометричний алгоритм визначення точки

дотику.

2. Павленко О.М. Визначення площі, обмеженої топографічною замкненою плоскою кривою / В.М. Верещага, Є.В. Конопацький, О.М. Павленко // Науковий журнал «Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництва». – Випуск №20. – Луцьк, 2015. – С. 119-123.

Особисто здобувачем запропоновано спосіб визначення площі, обмеженої довільною топографічною замкненою кривою, шляхом її поділення на окремі сегменти.

*статті у наукових фахових виданнях:*

3. Павленко О.М. Проективне визначення дуги кривої третього порядку у точковому численні Балюби-Найдиша / О.М. Павленко, А.В. Найдиш, В.М. Верещага, І.Г. Балюба, Є.В. Конопацький // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Праці / Таврійський державний агротехнологічний університет.– Вип. 4, т. 54.– Мелітополь: ТДАТУ, 2012.– С. 101-109.

Особисто здобувачем наведено аналітичний опис дуги кривої 3-го порядку у точковому численні Балюби-Найдиша, геометричний алгоритм утворення якої було отримано та досліджено методами проективної і синтетичної геометрії.

4. Павленко А.М. Моделирование консольной поверхности типа крыла с переменными профили сечения / А.М. Павленко, А.В. Найдыш, В.М. Верещага, И.Г. Балюба, Е.В. Конопацкий // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Праці / Таврійський державний агротехнологічний університет.– Вип. 4, т. 53.– Мелітополь: ТДАТУ, 2012.– С. 115-122.

Особисто здобувачем запропоновано спосіб геометричного та комп'ютерного моделювання поверхні з консольним закріпленням типу крила зі змінним профілем перерізу в точковому БН-численні.

5. Павленко О.М. Дослідження точності процесу згущення кривої складеної форми при реконструкції засобами точкового численні Балюби-Найдиша / О.М.Павленко // Міжвідомчій науково-технічний збірник. Прикладна геометрія та інженерна графіка. Випуск 91 – К.: КНУБА, 2013. – С. 206-210.

6. Павленко О.М. Застосування способу розростання чарунок для реконструкції дискретно представлених поверхонь / О.М. Павленко // Прикладна геометрія та інженерна графіка. / Праці. Таврійський державний агротехнологічний університет. – Вип. 4, т. 56. – Мелітополь: ТДАТУ, 2013. – С.272-279.

7. Павленко О.М. Згущення дискретно поданої кривої із застосуванням супровідних трикутників / В.М. Верещага, О.М. Павленко // Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць – Мелітополь: Видавництво МДПУ ім. Б.Хмельницького, 2016. – Вип. 6. – С. 30-37.

Особисто здобувачем розроблено алгоритм, який дозволяє згущувати точкові ряди, що мають особливі точки (точки зламу, звороту, розриву та інше).

8. Павленко О.М. Спосіб згортання (розгортання) чарунок / В.М. Верещага, Є.О. Адоньєв, О.М. Павленко // Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць / МДПУ ім. Б.Хмельницького – Мелітополь: вид-во МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2016.– Вип. 7. – С. 32-38.

Особисто здобувачем розроблено спосіб згортання та, відповідно до нього, розгортання чарунок.

*наукові праці в інших виданнях:*

9. Павленко О.М. Спосіб розростання чарунок / В.М. Верещага, В.В. Кучеренко, О.М. Павленко // Матеріали II-ї міжнародної науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Прикладна геометрія, дизайн та об'єкти інтелектуальної власності». Випуск 2. – К.: Дія, 2013р. – С. 13-17.

*Особисто здобувачем* розроблено та введено поняття способу розростання чарунок, досліджено можливості даного способу, наведено часткову класифікацію сегментів дискретно представленої поверхні на базі дев'яти точок.

10. Павленко О.М. Визначення площі сегмента, обмеженого дугою кривої / В.М. Верещага, А.Я. Чураков, О.С. Лебідько, О.М. Павленко // Сучасні проблеми моделювання: зб. наук. праць – Мелітополь: Вид-во МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2015. - Вип.4., - С. 22-25.

*Особисто здобувачем* розроблено та запропоновано, за допомогою засобів БН-числення, алгоритм знаходження площі сегмента, обмеженого дугою кривої за умови, що дві точки, які утворюють симплекс, знаходяться на цій кривій.

11. Павленко О.М. Геометричний алгоритм оптимального кінцевого вертикального планування горизонтальної площини на земельній ділянці за результатами наземного лазерного сканування / В.М. Верещага, А.О. Бездітний, О.М. Павленко // Матеріали IV-ї Всеукраїнської науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених "Прикладна геометрія, дизайн, об'єкти інтелектуальної власності та інноваційна студентів та молодих вчених". Випуск 4. - К.: ДІЯ, 2015. – С. 58-59.

*Особисто здобувачем* розроблено геометричний алгоритм оптимального кінцевого вертикального планування горизонтальної площини на земельній ділянці за результатами наземного лазерного сканування.

12. Павленко О.М. Геометричне представлення властивостей метричного оператора трьох точок прямої / О.М. Павленко // Сучасні проблеми геометричного моделювання: збірник праць XVII Міжнародної науково-практичної конференції. - Мелітополь: вид-во МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2015. – С.77-81.

13. Павленко О.М. Умови встановлення кінцевих точок на мапі рельєфу / О.М. Павленко // Инновационные технологии в кооперативном образовательном процессе / Материалы Международной заочной научно-практической конференции, посвященной 40-летию Саранского кооперативного института (филиала) Российского университета кооперации – Саранск, 2016. – С. 310-316.

## АНОТАЦІЯ

**Павленко О.М. Геометричне моделювання вертикального планування земельної ділянки засобами точкового БН-числення. – На правах рукопису.**

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.01.01. – Прикладна геометрія, інженерна графіка. – Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького, м. Мелітополь, Україна, 2017.

Дисертацію присвячено розв'язанню важливої науково-технічної задачі вертикального планування горизонтальної земельної ділянки апаратом геометричного моделювання, оснований на засобах точкового числення Балюби-



Найдиша, з використанням варіативного дискретного геометричного моделювання. Розроблено спосіб моделювання дискретно представлених кривих з особливими точками.

Розроблено спосіб упорядкування хмари точок, яку отримано у результаті зйомки рельєфу наземним лазерним скануванням. Для будь-якої земельної ділянки, зі слабо виявленим рельєфом, запропоновано методику визначення рівня площини закладення та встановлення меж господарського майданчика. Розроблено алгоритм визначення площі будь-якої фігури, яку отримано у результаті перетину топографічної поверхні горизонтальною площиною, що дозволило розробити спосіб обчислення об'ємів елементів топографічної поверхні, на базі якого реалізовано спосіб визначення проектної відмітки та лінії нульових робіт для вертикального планування рельєфу земельної ділянки.

За результатами дисертаційного дослідження було впроваджено методику вертикального планування рельєфу щодо земельних ділянок господарського призначення та її програмна реалізація.

Ключові слова: наземне лазерне сканування, варіативне дискретне геометричне моделювання, хмара точок, дискретно представлена крива, дискретно представлена поверхня, згущення, вертикальне планування, площина закладення, проектна відмітка, лінія нульових робіт.

## АННОТАЦІЯ

**Павленко А.М. Геометрическое моделирование вертикального планирования земельного участка средствами точечного БН-исчисления. - На правах рукописи.**

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.01.01. – Прикладная геометрия, инженерная графика. – Мелитопольский государственный педагогический университет имени Богдана Хмельницкого, г. Мелитополь, Украина, 2017.

Диссертационное исследование посвящено решению важной научно-технической задачи вертикального планирования горизонтального земельного участка аппаратом геометрического моделирования, основанного на средствах точечного исчисления Балюбы-Найдыша, с использованием вариативного дискретного геометрического моделирования. В результате исследований разработан алгоритм способ моделирования дискретно представленных кривых с особыми точками.

Исследован геометрический смысл метрического оператора трех точек прямой, который дает возможность установить тот факт, что каждому числу можно поставить в соответствие однопараметрическое множество трёх точек, и наоборот. А также, на основе свойств метрического оператора трех точек прямой, предложен алгоритм нахождения точки касания кривой, определенной точечным уравнением, с прямой, находящейся в плоскости этой кривой с выпуклой ее стороны. Алгоритм ускоряет и повышает качество решения задач вертикального планирования рельефа и уменьшает затраты на проектирование.

Разработан способ упорядочения дискретного конечного множества точек (облака точек), полученного в результате съемки рельефа наземным лазерным сканированием, который обеспечивает переход от облака точек, определяющего топографическую поверхность, к её заданию дискретно представленными горизонталями, что значительно снижает объёмы исходной информации.

Для любого земельного участка, со слабовыраженным рельефом, предложена методика определения уровня плоскости заложения, знание которой позволило разработать алгоритм установления границ земельного участка. Это способствовало определению конечных точек на горизонталях и определению площадей геометрических фигур, полученных в результате пересечения топографической поверхности горизонтальной плоскостью.

Получил дальнейшее развитие способ сопровождающих треугольников, путем разработки, в терминах точечного БН-исчисления, алгоритма сгущения. Данный способ позволяет на основе методологии вариативного дискретного геометрического моделирования, сгущать точечные ряды с особыми точками.

Разработан, в терминах БН-исчисления, способ обработки исходной информации для задания исследуемой топографической поверхности дискретно представленными горизонталями. А также выполнены его алгоритмическая и программная реализации. Это существенно упростило построение геометрической модели рельефа земельного участка. Как следствие, уменьшены расходы на выполнение проектных работ.

На основе триангуляции геометрических фигур в сечениях на топографической поверхности, разработаны, в терминах БН-исчисления, алгоритмы расчета площадей этих геометрических фигур произвольной формы. Это позволило уменьшить погрешности в расчетах объема почвы, повысить эффективность соответствующего алгоритмического и программного обеспечений.

На базе разработанной методологии вычисления элементарных объемов топографической поверхности, предложено и реализовано (алгоритмически и программно), в терминах БН-исчисления, способ определения проектной отметки и нахождения линии нулевых работ, с заранее определенной точностью. Это позволило уменьшить погрешность, время, затраты ресурсов при проектировании. Способ ориентирован на применение в соответствующих геоинформационных системах. Вместе с этим, в терминах БН-исчисления, был решен ряд прикладных задач: определение конечных точек, определение точки касания кривой с прямой и нахождение плоскости нулевых работ.

Все разработанные в диссертации способы и алгоритмы рассчитаны на их использование в информационных системах и на рабочих местах, которые используют компьютерные технологии геометрического моделирования.

По результатам диссертационных исследований была разработана и внедрена в производство методика вертикальной планирования горизонтальных земельных участков с оптимизацией земельных работ, а также выполнена программная реализация соответствующих расчётов.

Ключевые слова: наземное лазерное сканирование, вариативное дискретное геометрическое моделирование, облако точек, дискретно представленная кривая,

дискретно представленная поверхность, сгущение, вертикальное планирование, плоскость заложения, проектная отметка, линия нулевых работ.

## SUMMARY

**Pavlenko A. Geometric modeling of vertical planning of a land plot by means of point BN-calculus. - *Manuscript.***

PhD (Engineering) dissertation. Specialty 05.01.01 – applied geometry, engineering graphics. – Melitopol State Pedagogical University named after Bogdan Khmelnytsky, Melitopol, Ukraine, 2017.

The dissertation is devoted to solving an important scientific and technical problem of vertical planing of a horizontal land plot by a geometric modeling apparatus based on the means of point BN-calculus using differential discrete geometric modeling. A method for simulating discretely represented curves with special points has been developed.

The method of ordering a cloud of points, which was obtained as a result of terrain laser scanning, was developed. For any land plot with poorly identified relief, a method for determining the level of laying and laying of the boundaries of the economic platform is proposed. An algorithm for determining the area of any shape, which is obtained as a result of crossing the topographic surface of the horizontal plane, allowing to develop a method of calculating the amounts of elements topographic surface, on which the project implemented method of determining the zero mark and the line works for vertical relief planning land.

According to the results of the dissertation research, a method of vertical planning of relief concerning land plots of economic purpose and its program realization was introduced.

Keywords: terrestrial laser scanning, variability discrete geometric modeling, cloud of point, a discrete representation of the curve, the discrete representation of the surface, condensation, vertical planning, leveling plane, design mark, the line of zero work.