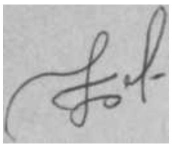
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ УКРАИНЫ

КИЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ СТРОИТЕЛЬСТВА И АРХИТЕКТУРЫ



На правах рукописи

БАЛЮБА Иван Григорьевич

КОНСТРУКТИВНАЯ ГЕОМЕТРИЯ МНОГООБРАЗИЙ В ТОЧЕЧНОМ ИСЧИСЛЕНИИ

Специальность: 05.01.01 - Прикладная геометрия и инженерная графика

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук

Киев - 1995 г.

Работа выполнена в Донбасской Государственной академии строительства и архитектуры.

на правах рукописи

Научный консультант - академик Академия инженерных наук, профессор Найдыш В.М.

Официальные оппоненты - доктор технических наук, профессор Михайленко В.М.; доктор технических наук, профессор Подкорытов А.Н.; доктор технических наук Куценко Л.Н.

Ведущая организация - Донбасский Государственный институт по проектированию организаций шахтного строительства, предприятий строительной индустрии и производственных баз.

Защита состоится 22 февраля 1995г. в 13 часов на заседании специализированного совета Д 068.05.03 при Киевском Государственном университете строительства и архитектуры по адресу: 252037, г.Киев - 37, Воздухофлотский проспект 31, КГТУСА.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке КГТУСА.

Автореферат разослан "16" января

Ученый секретарь специализированного
совета, кандидат технических наук,
доцент в.А.Плоский

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность тематики диссертационной работы определяется необходимостью создания математического аппарата, способного эффективно определять геометрическую форму многообразий и отношений между ними в пространство любого числа измерений.

Прикладные задачи, как правило, содержат число параметров более трех и исследование многопараметрических процессов требует постоянного развития соответствующих математических методов. Метод Г.Монжа, подробно разработанный для трехмерного пространства и основанный на графических изображениях, давал достаточную точность для решения многих технических задач. Обобщение столь эффективного графического метода на многомерное пространство осуществлено Радищевым В.П. при рассмотрении диаграмм многокомпонентных систем.

С развитием производства во многих прикладных задачах точности графических инструментов оказалось недостаточно, что способствовало объединению графических методов с развитыми синтетическими. Синтетические методы продолжают развиваться и в настоящее время, так как остаются мощным средством при параметризации объектов и выявления их свойств, выраженных с помощью этой параметризации.

Дальнейшее развитие точности методов относится к использованию координат и ЭВМ. Развитие координатных методов, которые тесно примыкают к вопросам параметризации, способствовало арифметизации геометрии, ее алгебризации, открыло возможность применения формальных, хорошо разработанных математических методов в решении геометрических задач. Высшая алгебра, исчислением матриц и определителей векторным исчислением, теоретически разработала вопросы многомерной геометрии, но решение практических задач остается актуальной задачей из-за количества вычислительных операций, с которыми не могут сравниться современные ЭВМ. Возникают трудности также и при составлении алгоритмов решения многопараметрических задач. Преодоление этих трудностей может быть найдено на пути создания исчисления, которое допускает не векторное, а покоординатное вычисление точек. Такой подход указан А.Ф.Мебиусом. Барицентрические координаты [ ] , покоординатным исчислением позволяют эффективно решать многие прикладные задачи. К этому направлению следует отнести функции и кривые Безье, основанные на многочленах С.Н.Бернштейна. Это направление остается плодотворным и его развитие остается актуальной задачей.

Сущностью покоординатного метода исчисления точек является аффинная геометрия, так как система n покоординатных формул геометрически составляет не что иное, как проекции рассматриваемого процесса на оси координат. Чтобы по этим проекциям процесс был обратим необходимо, чтобы его параметрам были инварианты аффинной геометрии. Поэтому при развитии точечного исчисления особую роль играют теоремы аффинной геометрии – Чевы, Менелая, Карно [ ].

Из проективной геометрии выделим особый ее раздел, относящийся к конфигурациям. В синтетической геометрии конфигурации играют такую же роль как формулы в математике, они графически отражают свойства пространства. Дальнейшее развитие описания и конструирования конфигураций, которые являются составной частью алгоритмов образования кривой, остаются актуальной задачей.

Необходимо развитие понятия наглядности. При переходе в многомерное пространство зрительная наглядность уступает место символической наглядности, основанной больше не на зрении, а на логике. Развитие такого понятия наглядности, основанное на строгих логических схемах, идентичных аксиоматике, является необходимой задачей при переходе в арифметическое многомерное пространство.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ ЯВЛЯЕТСЯ разработка теоретических и практических основ специального точечного исчисления: разработка методики применения этого исчисления, как для получения фундаментальных математических результатов, так и для решения практических геометрических задач; разработка вычислительных алгоритмов конструирования линий и поверхностей в пространствах любой размерности.

ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ ИСЛЕДОВАНИЯ:

- создать основы точечного исчисления, оперирующими с точками многомерного пространства таким образом, что результаты расчетов также являются точки, отражающие форму геометрических объектов, а также отношения между ними;
- в рамках этого исчисления описать простейшие геометрические формы и отношения в них;
- разработать механизм переноса достижений планиметрии, стереометрии (как наиболее развитых разделов общеобразовательной геометрии) в пространствах любой размерности.
- указать получения уравнений плоских, пространственных кривых и поверхностей в пространствах любой размерности.
- разработать методику получения кривых, особо приспособленных для работы в точечном исчислении.
- создать геометрические модели многообразия дуг одномерных обводов, расположенных в пространствах любой размерности;
- разработать методику формирования одномерных обводов многомерного пространства по различным наперед заданным условиям;
- разработать вычислительные алгоритмы конструирования кривых и поверхностей по наперед заданным условиям в пространствах любой размерности;
- реализовать полученные алгоритмы в виде пакета прикладных программ в рамках системы автоматизированного проектирования кривых и

поверхностей;

- создать символический язык конструирования геометрических форм;

- разработать методику конструирования кривых линий проективной геометрии на основании символического языка;

- показать возможности символического языка для описания и конструирования конфигураций;

- разработать методику перехода от символического языка к графическому заданию и аналитическому описанию геометрических образов;

- указать на возможность на базе символического языка построения двухмерного точечного исчисления.

МЕТОДИКА ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ: Основы точечного исчисления базируются аффинной геометрии. Решение поставленных задач исследования требует использования идей и методов начертательной, аналитической, вычислительной, проективной, дифференциальной геометрий. В частности сведений об аксиоматическом построении наук, понятия и обобщения чисел, построения геометрий на основе групп преобразований, знания методов математического анализа, высшей алгебры, векторного исчисления, а также многочисленных навыков, знания и умений, полученных исследователями в областях многомерной и инженерной графики.

Разработка символического языка потребовала знаний разделов всех указанных наук, где абстрактные логические методы занимают лидирующее место. Можно особо выделить необходимость познаний в вопросах задания и конструирования конфигураций.

Теоретической базой проведенных исследований послужили работы ученых:

- в области координатного и параметрического представления геометрических образов: Р.Декарта, В.Я.Волкова, С.Н.Ковалева, И.И.Котова, Г.Лейбница, Г.Лама, А.Ф.Мебиуса, В.Е.Михайленко, В.М.Найдыша, И.Плюкера, Н.Н.Рыжова, И.А.Скидана, П.Ферма, Н.Ф.Четверухина, Л.Эйлера и многих других зарубежных и отечественных ученых;

- в области многомерной геометрии: Н.С.Гумена, В.М.Найдыша, В.Н.Первиковой, В.П.Радищева, Б.А.Розенфельда, П.В.Филиппова, Н.Ф.Четверухина и др.;

- в области аффинной и проективной геометрии: Ж.Брианшона, Ж.Дезарга, Н.Н.Кованцова, А.Ф.Меобиуса, Б.Паскаля, Ж.Понселе, И.М.Яглома, и др.;

- в области геометрического моделирования объектов и процессов Ю.И.Бадаева, Г.С.Иванова, Л.Н.Куценко, В.Е.Михайленко, В.М.Найдыша, В.А.Надолинного, А.В.Павлова, А.И.Подгорного, В.С.Обуховой, Е.А.Стародетко, С.А.Старкова, В.М.Яхненко и многочисленных других ученых;

- зарубежных ученых: Д.Алберга, Р.Безье, В.Гилоя, М.Пратта, Д.Роджерса, А.Фокса и др..

НАУЧНАЯ НОВИЗНА РАБОТЫ:

- разработаны методы и соотношения, составляющие как единое целое, конструктивную геометрию многообразий;

- создано точечное исчисление как математическая основа геометрии многообразий;

- разработан символический язык конструирования многообразий, осуществляющий взаимосвязь графического и аналитического способов их задания.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗНАЧЕНИЕ РАБОТЫ состоит в представлении проектировщику и исследователю новых возможностей в конструировании геометрических элементов и их взаимосвязей, экономии времени и вычислительных ресурсов, получении новых простых решений.

ДОСТОВЕРНОСТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЯ. Все полученные многочисленные формулы были сверены с уже существующими формулами в различных науках, новые результаты, не встреченные нами в доступной нам литературе, были многократно проверены и доказана их достоверность, а вычислительные алгоритмы проверены на ЭВМ. Достоверность остальных результатов исследований доказана расчетами тестовых примеров и практических вариантов проектирования в процессе внедрения.

РЕАЛИЗАЦИЯ РАБОТЫ. Многочисленные примеры, алгоритмы и про граммы, приведенные в работе, способствуют ее реализации в проектировании и различных исследованиях, а также уточняют связь теоретических положений с практикой.

Результаты исследований реализованы при реконструировании покрытия цеха завода "Азовмаш” в Мариуполе. Программы расчета кривых и поверхностей по наперед заданным условиям включены в программное обеспечение проектных институтов шахтного, промышленного и гражданского строительства. Символический язык описания геометрических форм был использован студентами и преподавателями для исследования графически определимых процессов аналитическими методами и включен в учебный и исследовательский процесс.

НА ЗАЩИТУ ВЫНОСИТСЯ:

- методы и соотношения конструктивной геометрии многообразий;

- точечное исчисление как математическая основа конструктивной геометрии многообразий;

- символический язык конструирования многообразий, осуществляющий взаимосвязь графического и аналитического их задания;

- алгоритмы конструирования криволинейных форм в многомерном пространстве.

АППРОБАЦИЯ РАБОТЫ. Основные положения диссертационной работы многократно докладывались на кафедре начертательной геометрии и черчения Донецкого политехнического института (I986 - 1993), в 1994 году работа докладывалась в полном объеме; на научных и научно-технических конференциях Макеевского инженерно-строительного института (1985 - 1994); на конференциях городов Витебск, Одесса, Львов, многократно работа докладывалась в Мелитопольском институте механизации сельского хозяйства - тезисы докладов на этих конференциях прилагаются в списке литературы;

дважды (1993 - 1994) работа в полном объеме докладывалась на межвузовском семинаре при кафедре начертательной геометрии, инженерной и машинной графики Киевского Государственного технического университета строительства и архитектуры.

ПУБЛИКАЦИИ. Результаты исследований изложены в 23 научных статьях и трех монографиях.

СТРУКТУРА И ОБЪЕМ РАБОТЫ. Диссертация состоит из вступления, четырех глав, заключения, изложенных на 206 страницах машинописного текста, приложения на 20 страницах, списка использованной литературы из 183 наименований. Работа содержит в себе 60 рисунков.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

На практике требуется определить геометрическую форму некоторого многообразия по неполному его представлению множеством точек и числовых характеристик. Заданные точки определяются в некоторой прямоугольной системе координат, в этой же системе координат требуется получить готовый результат решения задачи. Но приводить решение задачи в этой системе координат не всегда рационально. Оптимально проводить решение задачи в системе параметров, в которую включены и заданные числовые характеристики искомой формы.

Тогда разумно представить пространство решения задачи системой заданных точек (симплексом точек). Затем числовыми параметрами с некоторыми точками, расположенными в пространстве симплекса, определить искомую форму. Следующая проблема, как перейти от системы симплекса к Декартовой системе координат. Для решения этой проблемы мы предлагаем следующее рассуждение: прямоугольная Декартовая система координат - это также некоторая геометрическая форма, которую также можно определить системой точек. Это даст возможность работать с системой точек и чисел - так возникла идея точечного исчисления. Теоретически кажется, что достаточно для определения прямоугольной Декартовой системы координат двух ее точек: единичной точки E, все n координаты которой равны единице, и нулевой точки О, все координаты которой равны нулю. Практика построения исчислений предполагала определение нуля и единицы. Если необходимо перейти к традиционным методам задания в прямоугольной системе координат на этапе решения задачи, то необходимо работать не в симплексе заданных точек, а в симплексе Декартовой системы координат. Этот симплекс также определяется $(n + 1)$ точек. Это нулевая точка О и n точек определяющих репер n-мерной системы координат:

$$E_1\,(1,0,0,\ldots,0),\qquad E_2\,(0,1,0,\ldots,0),\qquad E_n\,(0,0,\ldots,0,1).$$

Потребовалось ввести оператор расстояния между двумя точками:

$$L_{12}^2 = \sum (A_2 - A_1)^2 = \sum A_{21}^2 \qquad (1)$$

Знак суммы указывает, что суммирование происходит по разнице n одноименных координат:

$$\sum A_{21}^{2} = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 + (t_2 - t_1)^2 + \ldots$$

Все геометрические формы считаются ориентированными, что позволяет по знакам параметров определить положение точки относительно симплекса.

Сследующий оператор получен из теоремы косинусов:

$$\cos\alpha_{ij} = \sum \cos_{kj} \times \cos_{kj} \qquad (2)$$

Соотношению (2) мы оставили наименование теоремы косинусов. Словесная формулировка теоремы косинусов состоит в следующем:

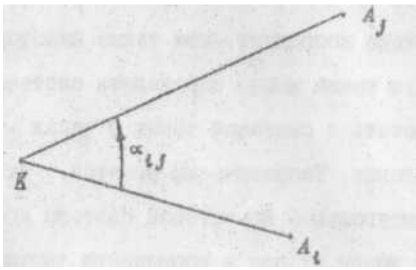


Рис.1

- косинус угла $Ь_{ij}$ (рис.1) определяется суммой произведений направляющих косинусов сторон, его образующих.

Отметим, что операторы (1),(2) действительны для пространства любого числа измерений и переход в пространство на единицу больше только добавляет один член в оператор суммы. Этим свойством будут обладать все формулы точечного исчисления, что делает переход в пространство более высокого числа измерений, очень простым и удобным.

В первой главе заложены основы точечного исчисления.

Пусть заданы точки A_1, A_2 в n-мерном пространстве и точка M делит отрезок A_1A_2 в отношении $л$ (рис.2), так, что:

$$\frac{A_1M}{A_1A_2} = \lambda \qquad (3)$$

Тогда справедливо соотношение для точки M:

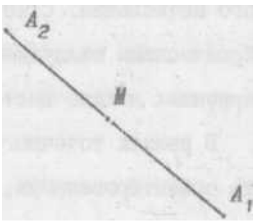


Рис.2

$$\begin{cases} x = (x_2 - x_1)\lambda + x_1 \\ y = (y_2 - y_1)\lambda + y_1 \\ z = (z_2 - z_1)\lambda + z_1 \\ t = (t_2 - t_1)\lambda + t_1 \end{cases} \qquad (4)$$

. . . . . .

Зададим соотношение (3) в виде:

$$\frac{M - A_1}{A_2 - A_2} = \lambda$$

Откуда, оперируя с последним соотношением как с алгебраическим выражением, получим:

$$M = (A_2 - A_1)\,\text{л} + A_1 \qquad (5)$$

Сравнивая систему (4) и соотношение (5), делаем вывод, что (5) есть не что иное, как краткая запись системы (4). Далее посмотрим на систему (4) как на параметрическое уравнение прямой A_1A_2, где $\lambda \in (-\infty,\infty)$ является параметром. В краткой, компактной форме система параметрических уравнений записана в виде (5). Соотношение (5) мы назвали точечным уравнением прямой AB, которое можно преобразовать алгебраически к более удобному виду:

$$M = A_1(\,1 - \text{л}\,) + A_2\,\text{л} \qquad (6)$$

Если $\lambda = 0 \Rightarrow M \equiv A_1$; если $\lambda = 1 \Rightarrow M \equiv A_2$; если $0 \le \lambda \le 1$, то (6) задает отрезок A_1A_2.

На этом простом примере мы продемонстрировали точечное уравнение прямой, а алгебраические преобразования с точками и буквами A_j дали иллюстрацию точечного исчисления. Нахождение подобных формул, характеризующих форму, составляет вычислительную основу точечного исчисления. С точками и числами можно оперировать, как с алгебраическими величинами в рамках аффинной геометрии. Параметром в уравнениях должно выступать простое отношение трех точек,

В рамках точечного исчисления все геометрические формы должны быть ориентированными, поэтому многие известные понятия геометрии (отрезки, площади, объемы, углы и т.д.) приобретают ориентации. Один из разделов первой главы вводит такие понятия и дает соответствующую интерпретацию всем известным из неориентированной математики выражениям и формулам. Например, для суммы углов треугольника имеем:

$$\text{Ь}_{12} + \text{Ь}_{23} + \text{Ь}_{31} = \text{Ь}_{12} - \text{Ь}_{32} + \text{Ь}_{31} = 180° \,.$$

Особое значение приобретает простое отношение трех точек прямой:

$$A_1A_2A_3 = \frac{A_1A_3}{A_3A_2} = \frac{A_3 - A_1}{A_2 - A_3} \;.$$

Нами введены два компактных правила перестановки точек в простом отношении, которые позволяют производить преобразования простых отношений.

ПРАВИЛО I. Перестановка первых двух членов в простом отношении меняет его на обратное.

ПРАВИЛО 2. Перестановка двух последних точек в простом отношении увеличивает его на единицу с переменой знака.

В работе доказана важная теорема о площадях треугольников, на основании которой сформулирована и доказана основная теорема о простых отношениях (О - теорема). О - теорема является обобщением теоремы Менелая. С ее помощью получены известные в аффинной геометрии и новые соотношения точечного исчисления.

Приведем несколько формул точечного исчисления, полученные в первой главе:

$$M = \frac{\sum_{i}^{n} A_i a_i}{\sum a_i} \qquad (7)$$

где A_i - точки симплекса;

a_i - параметры.

Соотношение (7) является точечным уравнением любого линейного многообразия, заданного симплексом.

$$M = A_1 \bar{u}\bar{w} + A_3 (u\bar{w} + \bar{v}w) + A_2 vw \qquad (8)$$

где A_1, A_2, A_3 - три точки n-мерного пространства;

u,v,w - три параметра (отношения);

$\bar{u} = 1 - u$, $\bar{v} = 1 - v$, $\bar{w} = 1 - w$ - дополнения параметра до единицы.

Соотношение (8) задает плоскость способом трех отношений. Такое задание плоскости имеет плодотворные приложения. Если u,v,w - функции от параметра t, то (8) определяет все плоские кривые. Найдено дифференциальное уравнение относительно этих функций в третьей главе:

$$w = \frac{u'v}{u'v - v'u + v'} \qquad (9)$$

Дифференциальное уравнение относительно функций $u,v,w,$ (9) позволяет не только конструировать плоские кривые, но и их производные. Получили аналог дифференцирования кривых в рамках точечного исчисления.

Приведем еще несколько точечных формул из первой главы:

$M = \dfrac{A_1 + A_2 + A_3}{3}$ - центр тяжести треугольника A_1A_2A$_3$. (10)

Рис.3

$$B = \frac{A_1 L_{23} + A_2 L_{31} + A_3 L_{12}}{L_{23} + L_{31} + L_{12}} \quad \text{- центр вписанной окружности} \tag{11}$$

в треугольник $A_1 A_2 A_3$.

$$C = \frac{A_1 \sin 2\alpha_{23} + A_2 \sin 2\alpha_{31} + A_3 \sin 2\alpha_{12}}{\sin 2\alpha_{23} + \sin 2\alpha_{31} + \sin 2\alpha_{12}} \tag{12}$$

Соотношение (12) определяет центр описанной окружности треугольника $A_1 A_2 A_3$ через его вершины и углы.

Определены для треугольника ортоцентр, прямая Эйлера и соотношение Эйлера для основных точек треугольника:

$$H + 2c = A_1 + A_2 + A_3, \tag{13}$$

где H – ортоцентр треугольника $A_1 A_2 A_3$.

Центр сферы, вписанной в тетраэдр, определяется по формуле:

$$B = \frac{A_1 S_1 + A_2 S_2 + A_3 S_3 + A_4 S_4}{S_1 + S_2 + S_3 + S_4}. \tag{14}$$

где S_i – площади граней тетраедра.

Формула (14) является обобщением (11). Дальнейшее обобщение в более высокие размерности пространства подразумевается.

Справедливы соотношения для перпендикуляра из точки B на прямую $A_1 A_2$:

$$H = A_{21} = \frac{\sum A_{21} (B - A_1)}{\sum A_{21}^2} + A_1. \quad (I5)$$

$$|A_1 A_2| \times A_1 H = \sum A_{21} (B - A_1) \tag{16}$$

Для прямоугольного треугольника с прямым углом при A_2 имеем:

$$|A_1 A_2|^2 = \sum A_{21} (B - A_1). \tag{17}$$

Для прямоугольного треугольника с прямым углом при вершине A_1

получим известное из векторного исчисления выражение:

$$\sum A_{21}(B - A_1) = 0 . \qquad (18)$$

Решена задача поворота точки A_1 вокруг точки C на угол Ь в направлении точки A_2. Это дало возможность перенести всю планиметрию в пространство n измерений, делать любые плоские преобразования. На этой основе получена плоская квадратная сетка, что открыло возможность получать точечное уравнение любых плоских кривых, заданных параметрически.

Во второй главе разработан символический язык геометрического моделирования многообразий. Рассмотрено конструирование кривых, в алгоритмах которых участвуют только точки и прямые.

Определены функции точек таких алгоритмов в самом общем виде. По этим функциям определены виды точек алгоритма и дано специальное их символическое обозначение. В основном это точки трех видов: заданные A_i, параметрические T_i, и текущая точка M.

Определено понятие изолированной прямой, которое по своей сущности совпадает с традиционным понятием прямой. Введено понятие прямой алгоритма, равносильное понятию тройке точек.

Кривой поставлена в соответствие системе троек. Тогда алгоритму построения кривой соответствует алгоритм составления системы троек.

По аналогии аксиоматического построения математики составлена методика построения системы троек, что равносильно построению кривой.

Полученные результаты настолько обладают общностью, что позволили ответить на многие вопросы оптимизации алгоритмов. Позволили дать ответы на некоторые открытые вопросы алгоритмов кривых второго порядка в проективной геометрии; породили аналогичные по простоте алгоритмы более сложных кривых; открыли возможность выделить из этих алгоритмов общие фундаментальные конструкции, которые известны как конфигурации; позволяли применить созданный символический язык для исследования, конструирования и численного описания конфигураций определенного вида. Указана возможность разработки подобной методики для конструирования других видов.

Разработан компактный, естественный переход от символического языка к графическому или численному, вплоть до получения уравнения кривой, если такое существует. На базе аналитического языка, сопряженного с символическим и графическим, разработаны элементы двумерного точечного исчисления, указана методике построения такого исчисления. Даны указания по построению трехмерного точечного исчисления. Показаны эффективные возможности описания кривых и конфигураций с помощью одномерного точечного исчисления, основательно разработанного в первой главе.

Анализ существующих алгоритмов построения плоских проективных кривых позволил выделить три группы существенно различных точек:

A_1, A_2,…, A_j - заданные точки.

T_1, T_2, ..., T_j - параметрические точки.

M - текущая точка.

Существуют еще точки, которые можно отнести как к заданным A_j так и к параметрическим точкам T_j, которые предложено обозначать $\tilde{A}_j$ или $\tilde{T}_j$.

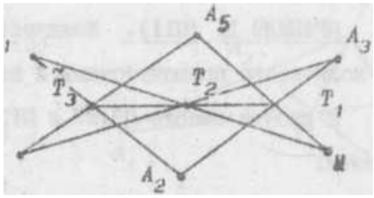


Рис.4

На рис.4 показан графический алгоритм построения кривой второго порядка по пяти заданным точкам A_1, A_2, A_3, A_4, A_5.
Точки T_1, T_2 являются промежуточными, а точка $\tilde{T}_3$ - промежуточной.

Отметим, что прямая в алгоритме не может иметь менее трех точек, так как две точки определяют прямую, а третья точка включает эту прямую в алгоритм. Проведя строгий анализ алгоритмов построения кривых из точек и прямых, нами получены правила символического конструирования алгоритмов кривых.

ПРАВИЛО 0 (П0). Прямую алгоритма определяют три точки.

ПРАВИЛО 1 (П1). Точка M не должна находиться в одной тройке с двумя заданными точками.

ПРАВИЛО 2 (П2). Не существует тройки из трех заданных точек.

ПРАВИЛО 3 (П3). Задание кривой равносильно заданию системы троек.

ПРАВИЛО 4 (П4). Если на прямой k точек, то они определяют $(k - 2)$ совпавших прямых или $(k - 2)$ тройки системы.

ПРАВИЛО 5 (П5). Каждая заданная точка может участвовать в образовании двух троек.

ПРАВИЛО 6 (П6). Текущая точка M участвует в двух тройках.

ПРАВИЛО 7 (П7). Текущая точка M может занять место любой заданной, если эта последняя встречается в двух тройках.

ПРАВИЛО 8 (П8). Тройка с текущей точкой обязательно содержит текущую точку.

ПРАВИЛО 9 (П9). Любая тройка содержит не менее одной параметрической точки.

ПРАВИЛО 10 (П10). Каждая точка T_j, участвует не менее чем в трех тройках.

ПРАВИЛО 11 (П11). Количество троек в системе $n = 2k + 1$, где k - количество промежуточных и параметрических точек.

В работе вместо П5, П7 и П10 приняты их более ужесточенные варианты:

УП5 - если количество заданных точек четно, то все точки повторяются дважды. Для нечетного их числа - все, кроме одной, повторяются дважды.

УП7 - текущая точка занимает положение любой заданной повторенной дважды.

УП10 - каждая T_j участвует только в трех тройках.

Отметим, что ПО и УП10 двойственные правила. Каждый алгоритм, как принадлежащий к проективной геометрии, имеет двойственный аналог. Указанные правила позволяют сформировать систему троек. Система троек взаимно однозначно соответствует алгоритму кривой. Следовательно, составить систему троек означает создание алгоритма построения кривой. Тогда формальное создание системы троек позволяет конструировать некоторую проективную плоскую кривую.

Полученные общие соотношения для точек системы троек:

-k - количество троек T_j;

-$n = 2k + 1$ - количество троек в системе или количество прямых в алгоритме построения кривой;

$-\left[\dfrac{3k+2}{2}\right]$ - количество заданных точек в системе.

Можно на основании символического языка утверждать, что существует только одна кривая, алгоритм которой имеет пять прямых, на которых находятся по три точки. Это минимальное число прямых задающих проективную кривую:

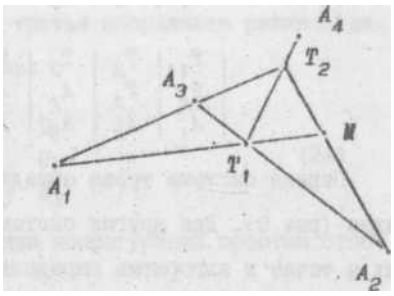


Рис.5

$$\begin{vmatrix} T_1 \\ T_2 \\ A_4 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} T_2 \\ A_1 \\ A_3 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} T_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} T_2 \\ A_2 \\ M \end{vmatrix}\begin{vmatrix} T_1 \\ A_1 \\ M \end{vmatrix} \qquad (19)$$

Если на рис.5 провести две изолированные прямые A_1A_4 и A_2A_4, то мы можем узнать в заданном алгоритме дугу обвода кривой второго порядка, проходящую через точки A_1, A_3, A_2 и имеющую касательные A_1A_4 и A_2A_4.

Разработана методика конструирования системы троек по правилам П0 – П11. Сформулированы два утверждения:

<u>Утверждение 1 (У1).</u> Текущие точки в системе троек меняют свое положение, но каждому дискретному положению T, соответствует взаимно

однозначное дискретное положение точки M.

Утверждение 2 (У2). Кривая, заданная системой троек, всегда проходит через заданные точки A_j, расположенные в тройках с точкой M.

Условие прохождения (УП) кривой через точку A_j вместе с У1 и У2 позволяет окончательно сформировать систему троек, определяющую кривую, проходящую через точки A_j, которые в системе встречаются дважды. При k = 3 имеем три системы троек:

$$\begin{vmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} T_2 \\ A_1 \\ M \end{vmatrix}\begin{vmatrix} T_3 \\ A_1 \\ A_2 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} T_1 \\ A_5 \\ M \end{vmatrix}\begin{vmatrix} T_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} T_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} T_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{vmatrix}; \tag{20}$$

$$\begin{vmatrix} T_1 \\ T_2 \\ A_1 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} T_2 \\ M \\ A_3 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} T_3 \\ A_1 \\ A_5 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} T_1 \\ T_3 \\ A_2 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} T_2 \\ A_2 \\ A_4 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} T_3 \\ M \\ A_4 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} T_1 \\ A_3 \\ A_5 \end{vmatrix}; \tag{21}$$

$$\begin{vmatrix} T_1 \\ T_2 \\ A_1 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} T_2 \\ T_3 \\ A_2 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} T_3 \\ A_1 \\ A_5 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} T_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} T_2 \\ M \\ A_3 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} T_3 \\ M \\ A_4 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} T_1 \\ A_4 \\ A_5 \end{vmatrix}; \tag{22}$$

Первая система троек определяет известную кривую второго порядка (рис.5). Две других системы аналогичные по количеству прямых и точек в алгоритме определяют новые кривые. В работе изложена методика перехода от системы троек к графическому и аналитическому заданию, созданной символически, кривой.

Во многие алгоритмы построения проективных кривых входят конфигурации. Символическое их задание открывает возможности их конструирования, исследования и аналитического или графического задания. Специализация символического языка к конструированию конфигураций потребовала законов их формирования, которые были созданы через формирование последнего столбца символической записи конфигурации.

Символический язык записи конфигурации оказался более информативным, чем аналитическая форма или графическое изображение. На его основе получены интересные результаты относительно конфигураций определенного вида, получить которые без символического языка было бы проблематично.

Аналитическое задание алгоритма, заданного системой троек основано на соответствии:

$$\begin{vmatrix} A_1 \\ A_2 \\ T_1 \end{vmatrix} \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ u_1 & v_1 & 1 \end{vmatrix} \tag{23}$$

Приравнивая к нулю определитель третьего порядка, получаем аналитическое соотношение относительно координат тройки точек. Считается, что для собственной точки третья координата равна единице, а для несобственной точке – ноль:

$$\begin{vmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_1 \end{vmatrix} \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 0 \end{vmatrix} \qquad (24)$$

Разработана система параметризации конфигураций простым отношением трех точек прямой.

Вторая глава создала базу построения двумерного точечного исчисления с графическим изображением проекций в системе Радищева. В заключение главы указано направление построения трехмерного точечного исчисления через систему четверок точек.

Третья и четвертая главы полностью посвящены приложениям линейного точечного исчисления и символического языка для конструирования линий и поверхностей, как для описания их в многомерном пространстве, так и кривых линий и поверхностей технических форм в виде одномерных и двумерных обводов первого порядка гладкости в пространствах любого числа измерений.

В третьей главе прежде всего решена задача перенесения линий плоскости известных из математики и заданных параметрически, в пространства любого числа измерений. Это позволило перенести многие результаты планиметрии в многомерное пространство. Осуществлено это путем построения квадратной сети в любой наперед заданной плоскости, которую определяют три точки, расположенные в нужном многомерном пространстве.

Далее строятся специальные кривые и дуги обвода на основании результатов первой и второй глав этой работы. Использована параметризация плоскости с помощью трех отношений для создания множества дуг обвода первого порядка гладкости. Получено дифференциальное уравнение (9) связи функций этих трех отношений. Это дифференциальное уравнение носит фундаментальный характер для кривых, позволяет задавать не только кривую, но и пучок прямых, носителем которой является эта кривая. Этим достигнут в точечном исчислении кривых аналог дифференцирования кривых. Открылась возможность создания дуг с учетом их касательных в любой точке. Выявлена связь кривой Безье и предлагаемой системы дуг кривых.

Уравнение плоской кривой, если точки A_1, A_2, A_3 три вершины одной ячейки, имеет вид (рис.6):

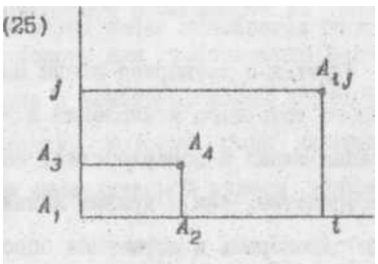


Рис.6.

$$A_{ij} = A_2\,(1 - i - j) + A_{2i} + A_{3j} \qquad (25)$$

где A_1 - начало первой ячейки;

A_1A_2; A_1A_3 - смежные стороны ячейки.

Противоположная к A, вершина квадрата определяется точечным соотношением:

$$A_4 = A_2 + A_3 - A_1. \qquad (26)$$

Чтобы перенести кривую заданную параметрически:

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases} \qquad (27)$$

в пространство, в котором заданы точки A_1, A_2, A_3, необходимо:

1. Считать, что (27) определена в локальной системе Декартовых координат с началом в точке A_1 и единичными векторами но оси OX - A_1A_2 и оси OY – A_1A_3.

2. В соотношении (25) принять $i = x(t)$, $j = y(t)$, тогда искомая кривая имеет уравнение в точечной форме:

$$M = A_1(1 - x(t) - y(t)) + A_2\,x(t) + A_3\,y(t). \qquad (28)$$

Единичной точкой в локальной системе координат будет точка A_4 из (29).

В работе заданы формулы перехода от произвольно расположенных точек, определяющих плоскость, к точкам, определяющим локальную систему координат.

Что касается задания кривой системой трех отношений, то она имеет уравнение (рис.7):

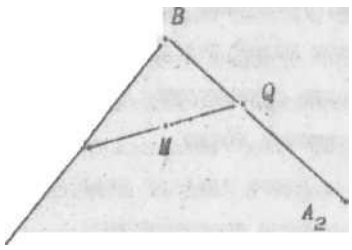


Рис.7

$$M = A\bar{u}\bar{w} + B(u\bar{w} + \bar{v}w) + A_2vw$$

где $u = -PBA_1$; $v = -QA_2B$;

$w = -MQP$; $v = 1 - u$;

$\bar{v} = 1 - v$; $\bar{w} = 1 - w$.

Причем u,v,w -функции от параметра t. Чтобы прямая PQ была касательной к кривой (29) в текущей точке M необходимо, чтобы функции удовлетворяли дифференциальному уравнению:

$$w = \frac{u'v}{u'v - v'u + v'} \tag{30}$$

Точки P и Q, определяющие касательную к кривой (29), определяются через функции u и v соотношениями:

$$\begin{cases} P = A_1\bar{u} + Bu \\ Q = B\bar{v} + A_2 v \end{cases} \tag{31}$$

Подставляя в (29) значение w из (29), получим уравнение кривых, имеющих в точке M касательную PQ из (31). Уравнение этой кривой имеет вид:

$$M = \frac{A_1\bar{u}^2 v' + B(\bar{u}uv' + \bar{v}vu') + A_2 v^2 u'}{v'\bar{u} + u'v} \tag{32}$$

Если u - v= t, то (32) дает кривую Безье:

$$M = A_1\bar{t}^2 + 2B\bar{t}t + A_2 t^2 \tag{33}$$

В главе приведены и другие параметризации задания плоских кривых. Среди них выделим угловую параметризацию дуги окружности, расположенной в заданной плоскости и проходящей через заданные точки; уравнение множества точек плоскости, из которых заданный отрезок виден под заданным углом; уравнение пучка окружностей; уравнение окружности, проходящей через три заданные в n-мерном пространстве точки.

Далее следует аналогичное изложение кривых двоякой кривизны в n-мерном пространстве:

- перенесение известных из математики пространственных кривых в многомерное пространство. Например, уравнение цилиндрической винтовой линии радиуса r и с шагом h, имеет вид:

$$M = (A_1 - c)\, r \cos t + (A_2 - c)\, r \sin t + (A_3 - c)\, rh + c\,, \tag{34}$$

где c, A_1, A_2, A_3 - точки единичного кубического базиса локального определения винтовой линии.

- определен общий вид точечного уравнения кривой двоякой кривизны:

$$M = A_{41}u + A_{42}v + A_{43}w + A_4\,, \tag{35}$$

где A_1, A_2, A_3, A_4 - точки, образующие симплекс;

u,v,w -произвольные функции от параметра t.

Отметим, что никакое конечное число дополнительных условий не ограничивает количество кривых. Так например, уравнение множества кривых проходящих через заданную точку O имеет вид:

$$M = A_{41}u + A_{42}v + A_{43}w - A_{41}u(O) - A_{42}v(O) - A_{43}w(O) + A_1. \qquad (36)$$

где u,v,w - функции определенные при значении параметра $t = O$

- задана точечно дуга обвода двоякой кривизны в самом общем виде через шесть свободных функций, ее определявших. В виду громоздкости этого уравнения мы его не приводим. Частным случаем такого уравнения является трехзвенная кривая Безье.

Четвертая глава, на основании предыдущих глав этой работы, разрабатывает вычислительные алгоритмы конструирования линий и поверхностей. Вычислительные формулы алгоритмов подготовлены к программированию на языках программирования. Их истинность проверена созданием программ для ПЭВМ, которые были использованы для решения народнохозяйственных задач на этапе проектирования и практического осуществления в производстве. Программы для ПЭВМ построены так, что дают возможность пользователю в интерактивном режиме конструировать линии и поверхности на экране дисплея, создать графически необходимую формулу. Изображение нужной формы дается на инженерном чертеже (в двух проекциях). При принятии пользователем нужного варианта задания линий и поверхностей, дает возможность задать нужные дифференциально-геометрические характеристики путем набора чисел (координат точек, направляющих косинусов касательных и т.п.) и получать таблицу сколь угодно плотного, точечного каркаса нужной геометрической формы.

Приведем формулировку алгоритмов, разработанных нами для решения практических задач конструирования технических форм.

АЛГОРИТМ 0 (А0). Через две заданные точки A_1A_2 с касательными A_1B_1 и A_2B_2 в них провести кривую.

Легко видеть, что А0 является базой для конструирования линий и поверхностей в многомерном пространстве, так как является, в общем случае, дугой обвода двоякой кривизны.

АЛГОРИТМ I (АI). Заданы k точек A_1, A_2, ..., A_k. Требуется провести через эти точки выпуклый обвод.

Этот алгоритм позволяет конструировать одномерные технические формы.

АЛГОРИТМ 2 (А2). Заданы A_i , где $i = 1, 2, ..., k$ и две точки k_1, и k_k определяющие касательные A_1K_1 и A_kK_k в крайних точках A_1 и A_k. Требуется провести выпуклый одномерный обвод по этим условиям.

Алгоритм А2 является обобщением А0 и позволяет выполнить гладкую стыковку двух уже существующих линий.

АЛГОРИТМ 3 (А3). Через A_i где $i = 1, 2, \dots, k$ провести замкнутый выпуклый обвод.

Алгоритм А3 позволяет замкнуть заданное множество точек обводом первого порядка гладкости. Полученный нами набор алгоритмов А0 - А3 позволяет конструировать замкнутую или незамкнутую техническую форму двумерного обвода каркасом двух пересекающихся одномерных обводов. Для решения этой задачи прежде всего необходимо подучить двумерный аналог алгоритма А0.

АЛГОРИТМ 4 (А4). По двум дискретно заданным линиям с касательными провести двумерную дугу обвода.

Алгоритм А4 позволяет конструировать поверхность каркасом двумерных дуг обвода от линии до следующей линии через любое число дискретно заданных кривых. Для двумерной дуги обвода использованы два параметра u и v, каждый из которых фиксирует каркас линий.

АЛГОРИТМ 5 (А5). Позволяет провести двумерный обвод через m дискретно заданных кривых.

АЛГОРИТМ 6 (А6). Позволяет провести через m дискретно заданных кривых замкнутый в одном направлении обвод (трубчатые технические формы произвольного сечения).

АЛГОРИТМ 7 (А7). Необходим для проведения поверхности через m дискретно заданных кривых. Поверхность полностью замкнутая.

Получение алгоритмов А0 - А7 изложено в диссертации подробно, базируется каждый вычислительный алгоритм на формулах точечного исчисления. Каждый из алгоритмов работает в пространстве любого числа измерений. Размерность необходимого пространства заложена в формулах и не требует перестройки программы для ЭВМ при необходимости выйти в пространство другого числа измерений. Причем плоская или пространственная кривая определяется исходными данными и не требует изменения программы. Если на некотором участке одномерного обвода необходим отрезок прямой линии, то он также появится из заданных условий без изменения программы. В этом отношении предложенные алгоритмы достаточно универсальны.

Приведем в качестве примера алгоритм для проектирования замкнутой поверхности, проходящей через m дискретно заданных кривых.

А 7

Задано m дискретно определенных кривых матрицей точек:

$$\begin{array}{l} A_1^1, A_2^1, A_3^1, \ldots, A_i^1, \ldots, A_k^1 \\ A_1^2, A_2^2, A_3^2, \ldots, A_i^2, \ldots, A_k^2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ A_1^j, A_2^j, A_3^j, \ldots A_i^j, \ldots, A_k^j \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ A_1^m, A_2^m, A_3^m, \ldots A_i^m, \ldots A_k^m \end{array} \qquad (37)$$

Требуется провести замкнутую поверхность.

Для решения поставленной задачи используем А3 по строкам и столбцам матрицы (37).

1. $|A_i A_{i+1}| = \sqrt{\sum (A_i - A_{i+1})^2}$; $\quad i = 1,2,\dots,k.$

Принять $A_{k+1} = A_k$.

2. $|A_i A_{i+2}| = \sqrt{\sum (A_i - A_{i+2})^2}$; $\quad i = 1,2,\dots,k.$

Принять $A_{k+1} = A_k$, $\quad A_{k+2} = A_2$.

3. $B_{i+1} = \dfrac{|A_{i+1}A_{i+2}|(A_{i+2} - A_i) + 2A_{i+1}|A_i A_{i+2}|}{2|A_i A_{i+1}|}$; $\quad i = 1,2,\dots,k.$

Принять $A_{k+1} = A_1$, $A_{k+2} = A_2$, $B_{k+1} = B_1$.

Значения длин $|A_{i+1}A_{i+2}|$ выбираются из п.1 этого алгоритма сдвигом вперед на единицу.

4. $C_{i+1} = \dfrac{|A_{i+1}A_{i+2}|(A_i - A_{i+2}) + 2A_{i+1}|A_i A_{i+2}|}{2|A_i A_{i+2}|}$; $\quad i = 1,2,\dots,k.$

Принять $A_{k+1} = A_1$, $A_{k+2} = A_2$, $C_{k+1} = C_1$.

5. $M_i^j = A_i \bar{u}^3 + 3B_i \bar{u}^2 u + 3C_i \bar{u} u^3 + A_{i+1} u^3$,
$0 \le u \le i$; $\quad \bar{u} = 1 - u$; $\quad i = 1,2,\dots,k.$

Принять $A_{k+1} = A_1$.

Пункты 1-5 определили замкнутые линии по строкам матрицы (37).

6. $|M_i^j M_i^{j+1}| = \sqrt{\sum (M_i^j - A_i^{j+1})^2}$; $\quad i = 1,2,\dots,k.$; $\quad j = 1,2,\dots,m.$

Принять $M_{i+1}^{m+1} = M_i^1$.

7. $|M_i^j M_i^{j+2}| = \sqrt{\sum (M_i^j - M_i^{j+2})^2}$; $\quad i = 1,2,\dots,k.$; $\quad j = 1,2,\dots,m.$

Принять $M_i^{m+1} = M_i^1$, $M_i^{m+2} = M_i^2$.

8. $\tilde{B}_i^{j+1} = \dfrac{|M_i^{j+1} M_i^{j+2}|(M_i^{j+2} - M_i^j) + 2M_i^{j+1}|M_i^j M_i^{j+2}|}{2|M_i^j M_i^{j+2}|}$, $\quad i = 1,2,\dots,k.$; $\quad j = 1,2,\dots,m.$

Принять $A_{k+1} = A_1$, $A_{k+2} = A_2$, $B_{k+1} = B_1$.

9. $C_i^{j+1} = \dfrac{\left|M_i^j M_i^{j+2}\right|\left(M_i^j - M_i^{j+2}\right) + 2M_i^{j+1}\left|M_i^j M_i^{j+2}\right|}{2\left|M_i^j M_i^{j+2}\right|}$; $\qquad i = 1,2,\ldots,k.;\; j = 1,2,\ldots,m.$

Принять $M_i^{m+1} = M_i^1$, $M_i^{m+2} = M_i^2$, $C_i^{m+1} = C_1$.

10. $M = M_i^j \bar{v}^3 + 3\widetilde{B}_i \bar{v}^2 v + 3\widetilde{C}_i^j \bar{v} v^2 + M_{i+1} v^3$,
$0 \le v \le 1;\; \bar{v} = 1 - v;\; j = 1,2,\ldots,m.;\; i = 1,2,\ldots,k.;$

Принять $M_i^{j+1} M_i^1$.

Значение M в п. 10 задает любую координату замкнутой поверхности n-мерного пространства. При v - const получаем каркас линий, который определяют элементы матрицы (37) по строкам. При u - const получим второй линейный каркас этой поверхности, который определяет элементы матрицы по столбцам.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате исследований, проведенных в диссертационной работе, получены следующие результаты, обладающие научной новизной и практической значимостью:

1. Разработаны общие положения теории точечного исчисления, как основы конструктивной геометрии многообразий.
2. Получены точечные соотношения для покоординатного вычисления важных для практики точек простейших геометрических форм. Среди этих точек центр тяжести треугольника, точка пересечений его биссектрис, высот, а также центр описанной вокруг треугольника окружности.
3. Указана методика получения необходимых точек в ребристых формах в пространствах размерности более трех.
4. Разработана методика получения точечных уравнений плоских и пространственных кривых в пространствах любого числа измерений.
5. Получены точечные уравнения линейных многообразий различной параметризации, отвечающие практическим приложениям. Исследована взаимосвязь различных параметризаций, дана методика взаимного перезадания многообразий для этих параметризаций.
6. Разработана методика получения кривых одной и двоякой кривизны особо приспособленных для работы в точечном исчислении. Разработана форма задания многообразий таких кривых, указано место известных кривых покоординатного вычисления в системе этих многообразий.
7. Получено дифференциальное уравнение связи параметров-функций для пучков прямых общего вида в многомерном пространстве.
8. Из общего многообразия плоских и пространственных кривых выделено многообразие одномерных дуг обвода первого порядка гладкости.

9. Разработана методика формирования одномерных обводов в пространстве многих размерностей.

10. Разработаны вычислительные алгоритмы конструирования кривых и поверхностей. Система алгоритмов подобрана так, что позволяет осуществить конструирование поверхностей технических форм по целому классу наперед заданных требований.

11. Создан язык символического конструирования плоских проективных кривых одинаково близкий как для графического, так и аналитического их задания.

12. Разработана методика конструирования проективных кривых на основе символического языка.

13. На примере конструирования конфигураций продемонстрированы возможности символического языка.

14. На основе символического языка показана возможность построения двумерного, трехмерного точечного исчисления.

15. На основе предложенного точечного исчисления при конструировании многообразий, для практической апробации его, составлено программное обеспечение конструирования одномерных и двумерных обводов. Для трехмерного случая, на уровне реального проектирования, система программ была использована при реконструкции покрытия цеха №36 завода "Азовмаш" г.Мариуполь. Алгоритмы конструирования кривых и поверхностей приняты в систему автоматического проектирования проектных институтов горного, промышленного и гражданского строительства г.Донецк.

ПУБЛИКАЦИИ

1. Балюба И.Г. Моделирование плоских и пространственных кривых. // Монография. - Макеевка, Донбасская Гос. акад. стр-ва и арх. 1994 - 28с.-Деп. в ГНТБ Украины.

2. Балюба И.Г. Символический язык геометрического моделирования. // Монография. - Макеевка, Донбасская Гос. акад. стр-ва и арх., 1994. - с.42.

3. Балюба И.Г. Теоретические основы точечного исчисления. // Монография. - Макеевка, Донбасский инж-строит. инст., 1994. - с.32.

4. Балюба И.Г., Доскач Ю.В. Алгоритмизация аналитического описания графических построений при помощи одной линейки. // Прикладная геометрия и инженерная графика, вып. 34. - К.: Будівельник, 1982. - с.79-84.

5. Балюба И.Г., Верещага В.М. Конструирование кривых линий по заданным условиям. // Прикладная геометрия и инженерная графика, вып.50. - К.: Будівельник, 1990. - с.I28-I30.

6. Балюба И.Г. Задание линейных многообразий точечной геометрии. // Новые исследования в строительстве. - Макеевка, 1993. - с.91-93.

7. Балюба И.Г. К вопросу построения обвода способом двух отношений. // Автоматизация проектирования и математическое моделирование криволинейных поверхностей на базе ЭВМ. - Новосибирск, 1977. – с.143-147.

8. Балюба И.Г. Описание кривых линий *n*-мерного пространства. // Новые

исследования в строительстве. - Макеевка, 1993. - с.88-90.

9. Балюба И.Г. Определение порядка, алгебраической поверхности, заданной линией пространства параметров. // Прикладная геометрия и инженерная графика, вып 26. - К.: Будівельник, 1978. -с.42-44.

10. Балюба И.Г. Точечная геометрия и ее основная теорема. // Новые исследования в строительстве. - Макеевка, 1993. - с.84-87.

11. Найдыш В.М., Балюба И.Г. Дифференциальные характеристики линейчатой поверхности, заданной линией пространства параметров. // Прикладная геометрия и инженерная графика, вып.27. - К.: Будівельник, 1979. - с.91-93.

12. Найдыш В.М., Балюба И.Г. Задание линейчатых многообразий трехмерного пространства с помощью специальных соответствий. // Совершенствование процессов и рабочих органов сельскохозяйственных машин. // Научные труды УСХА. - К.: 1977. - с.48-51.

13. Найдыш В.М., Балюба И.Г. Конструирование линейчатых поверхностей перенесением в пространство параметров. // Прикладная геометрия и инженерная графика. // Реферативная информация, вып.2. - К.: Вища школа, 1978. - с.27-28.

14. Найдыш В.М., Балюба И.Г. Развертывающиеся линейчатые поверхности заданные линией пространства параметров. // Прикладная геометрия и инженерная графика, вып.27. - К.: Будівельник, 1979. - с.89-90.

15. Найдыш В.М., Балюба И.Г. Задание замкнутого обвода из дуг окружностей. // Прикладная геометрия и инженерная графика, вып.28. - К.: Будівельник, 1979. - с.32-33.

16. Балюба И.Г. Определение порядка алгебраической поверхности, заданной линией пространства параметров. // Прикладная геометрия и инженерная графика, вып 28. - К.: Будівельник, 1978. - с.42-44.

17. Балюба И.Г. Определение основания перпендикуляра на плоскость - Макеевка, Донбасская Гос. акад. стр-ва и арх., 1994. - с.7. Деп. в ГНТБ Украины.

18. Балюба И.Г. Особые точки точечного исчисления. - Макеевка, Донбасский инженерно-строительный институт , 1994. - с.2. Деп. в ГНТБ Украины, №1920. УК94.

19. Балюба И.Г. Точечные отношения для отрезка. - Макеевка, Донбасский инж.-строит. инст., 1994. - с.2.

20. Балюба И.Г., Малютина Т.П. Вращение точки 2-плоскости в многомерном пространстве. // Геометричне моделювання. Інженерна та комп'ютерна графика. // Тези міжнародної наук. метод. конф. - Львів ДУ. "Львів. політех.", 1994. - с.14.

21. Балюба И.Г., Корнилов С.Л. Уравнение кривых двоякой кривизны в n-мерном пространстве. // Тезисы доклада на международной научно-практической конференции "Моделирование процессов и технологического оборудования в сельском хозяйстве". Секция 2 "Геометрическое моделирование явлений и процессов в сельскохозяйственном производстве". - Мелитополь, 1994. - с.52.

22. Балюба И.Г. Описание графических изображений средствами точечной геометрии. // Материалы всеукраинской научно-методической конференции "Перспективы развитий машинной графики в преподавании графических дисциплин". / ОПИ. - Одесса, 1992. - с.25.

23. Балюба И.Г. Основная теорема точечной геометрии. // Материалы научно-практического семинара "Компьютерная графическая подготовка специалистов". - Витебск, 1992. - с.73-74.

24. Балюба И.Г. Символический способ задания проективных кривых. // Материалы научно-практического семинара "Компьютерная графическая подготовка специалистов". - Витебск, 1992. - с.15-76.

25. Балюба И.Г. Проведение кривых через *k* точек *n*-пространства. В сб. Моделирование процессов и технологического оборудования в сельском хозяйстве, т.2. - Мелитополь, 1994. - с.53.

26. Балюба И.Г. Определение порядка алгебраической поверхности, заданной линией пространства параметров. // Прикладная геометрия и инженерная графика, вып. 26. - К.: Будівельник, 1978. - с.42-44.

Балюба И.Г. Конструктивная геометрия многообразий в точечном исчислении.

-диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.01.01 - прикладная геометрия и инженерная графика, Киевский Государственный технический университет строительства и архитектуры, Киев, 1995.

26 scientifically articles that contain some aspects of constructive geometry of varieties are proposed to defence.

-methods and relations of constructive geometry of varieties;

-point wise calculations as a mathematical ground of problem;

-algorithms to create curvilinear shapes.

Proposed algorithms have been used In design on reconstruction of "Azovmash" plant situated In Maryoupol. New methods provided decreasing of weight of metal structures about 15 – 18%.

Programs on creation of curves and surfaces were adopted In CAD systems for design Institutes on civil engineering In Donetsk region.

Предложены к защите 26 научных статей (работ), которые содержат следующие вопросы конструктивной геометрии многообразий:

-методы и отношения конструктивной геометрии многообразий;

-точечное исчисление как математическая основа проблемы;

-алгоритмы для создания криволинейных форм.

Предлагаемые методы использованы в проекте по реконструкции цеха завода "Азовмаш”, расположенного в г.Мариуполь. Новые методы обеспечили снижение веса металлоконструкций на 15 – 18%. Программы по созданию кривых и поверхностей адаптированы к САПР проектных институтов по гражданскому строительству в Донецкой области.

Ключевые слова: конструктивная геометрия, точечное исчисление.

Подп, к печати 6.01.95г. Формат 60x84/16, Бумага типографская № 1.
Усл. печ.л. - 2. Тираж - 100 экз.Зак.

Ротапринт ин-та «Донецкий Стройпроект». г.Донецк - 34011
ул. Университетская, 80.