

УДК 514.18

DOI: 10.32347/0131-579x.2023.105.33-40 д. т. н., професор **Верещага В.М.**,  
vervik1949@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0038-8300

PhD, **Лисенко К.Ю.**,  
lyksyushka24@gmail.com, ORCID: 0000-0003-3047-6352  
Мелітопольський державний педагогічний університет імені  
Богдана Хмельницького  
Мелітопольська школа прикладної геометрії  
імені Володимира Найдиша

## **ЗАДАЧА ОПТИМІЗАЦІЇ ТОЧКОВИХ ПОЛІНОМІВ**

*Надано у загальних рисах ідею розв'язання задачі зменшення ресурсовитратності точкових поліномів у їхніх програмних реалізаціях.*

*Коротко викладається постановка задачі щодо зменшення ресурсовитратності точкових поліномів у їхніх програмних реалізаціях.*

*Викладено бачення щодо розв'язання цієї проблеми, яке полягає у необхідності зменшення кількості доданків точкового поліному, що оптимізує кількість базисних точок у обчисленні поточної точки на композиційні геометричні моделі. Постає задача в необхідності визначення кількості доданків точкового поліному, котрі можна відкинути у точковому рівнянні, з метою зниження його степеня.*

*Відкидання доданків дозволяє оптимізувати точковий поліном, що дозволить зменшити ресурсовитратність на створення і використання композиційної геометричної моделі реального об'єкту з великими базами даних. При цьому, степінь поліному лишається без зміни, однак погіршується точність роботи моделі.*

*Викладено ідею щодо зменшення кількості доданків точкових поліномів залишаючи, при цьому, їх степінь незмінною. Розв'язання цієї задачі у подальшому підвищить ефективність застосування композиційних геометричних моделей для вихідних дискретних геометричних об'єктів з великими базами даних. Підвищення ефективності відбудеться через зменшення ресурсовитратності на створення і використання програмних реалізацій цих композиційних моделей у вигляді оптимізованих точкових поліномів, через зменшення часу на обробку великих даних і на прийняття необхідних управлінських рішень. Застосовувати оптимізовані точкові поліноми можна як для проведення прикидних розрахунків щодо досліджуваного реального об'єкту, так і для кінцевих обчислень, враховуючи наявність похибок, які не спотворюють висновки стосовно прийняття альтернатив щодо перебігу досліджуваних процесів.*

*Ключові слова: оптимізаційні точкові поліноми, характеристичні функції, композиційне геометричне моделювання.*

**Постановка проблеми.** Головною особливістю точкових поліномів є те, що їх рівняння утворені не відносно вихідної системи координат, а відносно усіх базисних точок вихідної геометричної фігури чи то однорозмірної, чи то дворозмірної, чи то трирозмірної. Через це, будь-яка поточна точка відповідного точкового поліному, під час її утворення, має складатися із часток усіх базисних точок вихідної геометричної композиції. У разі, коли геометрична композиція складається із значної кількості базисних точок, то обчислення поточних точок створеної композиційної моделі стає зменшення ресурсовитратності обчислення поточних точок для вихідних геометричних композицій, які складаються із значної кількості базисних точок. Наше бачення щодо розв’язання цієї проблеми полягає у необхідності зменшення кількості доданків точкового поліному, що оптимізує кількість базисних точок у обчисленні поточної точки на композиційні геометричні моделі.

**Формулювання цілей статті.** Надати у загальних рисах ідею розв’язання задачі зменшення ресурсовитратності точкових поліномів у їхніх програмних реалізаціях.

**Аналіз останніх досліджень.** Зародилась і розвивається композиційна геометрія, зокрема і композиційне геометричне моделювання в Мелітопольській школі прикладної геометрії імені Володимира Найдиша. Її засновником є Віктор Верещага (2015 р.) [2].

Композиційне геометричне моделювання, на постанов чому рівні, дістало розвиток у роботах Адоньєва Є.О. [3] та Лисенко К.Ю. [4], а також у роботах [1, 5, 6].

Під постановчим рівнем композиційного геометричного моделювання вважатимемо розв’язання задач без узагальнення на  $n$  базисних точок вихідного дискретного геометричного об’єкту. Подальший розвиток композиційної геометрії, зокрема і композиційного моделювання спостерігаємо у роботах [7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16]. Однак, існує проблема зменшення ресурсовитратності точкових поліномів у процесі їхньої програмної реалізації. У цій статті коротко викладається постановка задачі щодо зменшення ресурсовитратності точкових поліномів у їхніх програмних реалізаціях. Крім того, ця стаття являє собою подальший розвиток досліджень, проведених і викладених у статті [15].

**Основна частина.** На рис. 1 надано графіки усіх характеристичних функцій  $p_i$ ,  $i = \overline{1, n}$  точкового поліному  $M$   $(n - 1)$ -го степеня. Будь-яка поточна точка цього  $M_{n-1}$  точкового поліному визначається як сума добутоків усіх базисних точок  $A_i$ ,  $i = \overline{1, n}$  на їх характеристичні функції  $p_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , тобто

$$M_{n-1} = \sum_{i=1}^n A_i \cdot p_i.$$

Ключове слово: “усіх”.

Застосовуючи усі базисні точки ми матимемо:

1. Точковий поліном високого  $(n - 1)$ -го степеня, що призводить до великих ресурсовитрат.

Як бачимо (рис. 1), на графіках значення кожної характеристичної функції у точці, індекс якої збігається з індексом характеристичної функції, дорівнює одиниці. А чим далі від цієї базисної точки, графік характеристичної функції має вщухаючі коливання.

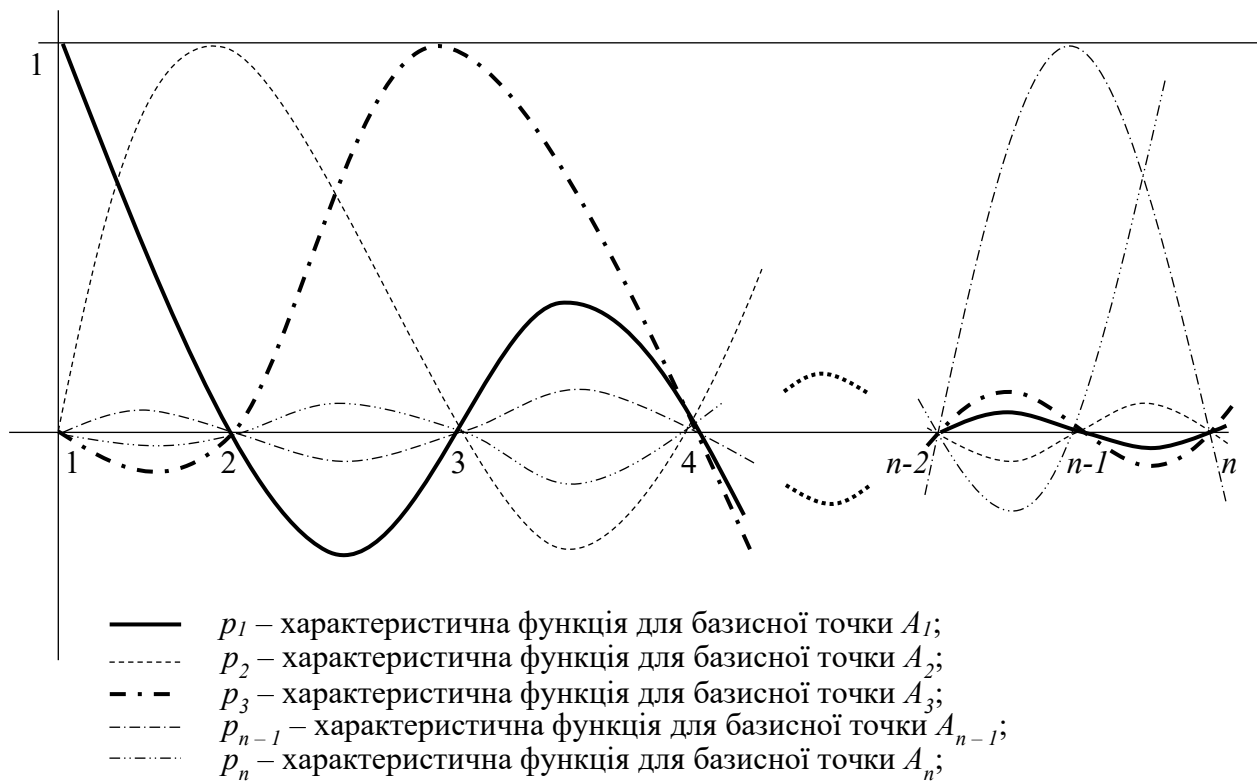


Рис. 1. Графіки усіх характеристичних функцій

Це вщухання показано, для прикладу першої характеристичної функції  $p_1$ . Аналогічними амплітуди будуть і для решти інших характеристичних функцій. А чим менше значення амплітуди, тим менший вплив цієї базисної точки на утворення поточної точки.

Наприклад, поточна точка  $M$ , яка відшукується у зоні першої базисної точки має абсолютні значення кожного елементу суми, такі:

$$|A_1 p_1| > |A_2 p_2| > |A_3 p_3| > \dots > |A_{n-1} p_{n-1}| > |A_n p_n|.$$

Значення шуканої поточної точки  $M$  обчислюється як сума:

$$M = A_1 p_1 + A_2 p_2 - A_3 p_3 + \dots + A_{n-1} p_{n-1} - A_n p_n.$$

Як бачимо, останні доданки  $A_{n-1} p_{n-1}$  та  $A_n p_n$  мають найменший вплив на формування значення поточної точки у зоні базисної точки  $A_1$ .

Постає питання, скільки останніх доданків даної суми можна відкинути, тобто:

$$M' = A_1 p_1 + A_2 p_2 - A_3 p_3 + \dots + A_{n-3} p_{n-3} - A_{n-2} p_{n-2},$$

щоб ця  $M'$  надавала похибку, що не є більшою, ніж будь-яке, наперед визначене, значення  $\varepsilon$ , тобто  $|M - M'| \leq \varepsilon$ .

Як бачимо, відкинуто тільки два доданки. А може тих членів потрібно відкинути більше?

Наведемо ще один приклад щодо визначення поточної точки  $M$  у зоні базисної точки  $A_n$ :

$$M = A_n p_n + A_{n-1} p_{n-1} + \dots + A_3 p_3 - A_2 p_2 - A_1 p_1 .$$

Нехай у цій алгебраїчній сумі абсолютні значення є такими:

$$|A_n p_n| > |A_{n-1} p_{n-1}| > \dots > |A_3 p_3| > |A_2 p_2| > |A_1 p_1|$$

А скорочена сума  $M'$  має вигляд:

$$M' = A_n p_n + A_{n-1} p_{n-1} + \dots + A_4 p_4 .$$

Тобто відкинуто три доданки.

Відкидання доданків дозволяє знизити степінь точкового поліному, що призводить до зменшення ресурсовитратності і пришвидшує створення композиційних геометричних моделей.

Отже, постає задача в необхідності визначення кількості доданків, котрі можна відкинути у точковому рівнянні, з метою зниження степеня точкового поліному.

Відкидання доданків дозволяє оптимізувати точковий поліном за критерієм: «точність – ресурсовитратність», яка дозволить зменшити ресурсовитратність на створення і використання композиційної геометричної моделі реального об'єкту з великими базами даних. При цьому, степінь поліному лишається без зміни, однак погіршується точність роботи моделі. Отже, визначення оптимальної кількості доданків точкового поліному є проблемою, яку буде розв'язано у подальшому за викладеною у цій статті ідеєю.

**Висновки.** Викладено ідею щодо зменшення кількості доданків точкових поліномів залишаючи, при цьому, їх степінь незмінною. Розв'язання цієї задачі у подальшому підвищить ефективність застосування композиційних геометричних моделей для вихідних дискретних геометричних об'єктів з великими базами даних. Підвищення ефективності відбудеться через зменшення ресурсовитратності на створення і використання програмних реалізацій цих композиційних моделей у вигляді оптимізованих точкових поліномів, через зменшення часу на обробку великих даних і на прийняття необхідних управлінських рішень. Застосовувати оптимізовані точкові поліноми можна як для проведення прикидних розрахунків щодо досліджуваного реального об'єкту, так і для кінцевих обчислень, враховуючи наявність похибок, які не спотворюють висновки стосовно прийняття альтернатив щодо перебігу досліджуваних процесів.

## Література

1. *Верещага В.М., Найдиш А.В., Адоньєв Є.О., Лисенко К.Ю.* Основи композиційного геометричного моделювання: навчальний посібник. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2019. 255 с.
2. *Верещага В.М.* Композиційне геометричне моделювання: Монографія. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2017. 108с.
3. *Адоньєв Є.О.* Композиційний метод геометричного моделювання багатофакторних систем: дис. ... д-ра техн. наук. Київ : КНУБА, 2018. 512 с.
4. *Лисенко К.Ю.* Теоретичні основи методів утворення композиційних ліній і поверхонь: дис...к. т. н. Київ. КНУБА, 2022. 267с.
5. *Верещага В.М., Найдиш А.В., Адоньєв Є.О.* Метод композиційного геометричного моделювання. Монографія. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2019. 310с.
6. *Верещага В.М., Павленко О.М., Найдиш А.В.* Моделювання горизонтального земельного майданчика у точковому численні: монографія. Мелітополь : МДПУ імені Богдана Хмельницького, 2019. 187 с.
7. *Павленко О.М.* Параметричні композиційні матриці / *Збірник тез доповідей XVII Міжнародної науково-практичної конференції «Обухівські читання»* 30 березня 2023 р. Київ : КНУБА, 2023. С. 91-96.
8. *Муртазієв Е.Г.* Алгоритм утворення смуги дифпроєкцій та визначення композиційних похідних у базисних точках / *Збірник тез доповідей XVII Міжнародної науково-практичної конференції «Обухівські читання»* 30 березня 2023 р. КНУБА. Київ, 2023. С. 102-105.
9. *Верещага В.М.* Про необхідність розробки методів композиційного диференціювання та композиційного інтегрування / *Збірник тез доповідей XVII Міжнародної науково-практичної конференції «Обухівські читання»* 30 березня 2023 р. Київ : КНУБА, 2023. С. 108-110.
10. *Павленко О.* (2023). Утворення позначення однорозмірних композиційних матриць точкових і операції над ними / *Прикладна геометрія, інженерна графіка та об'єкти інтелектуальної власності*, 1(XII). С. 17–21.
11. *Муртазієв Е.* (2023). Обґрунтування необхідності розробки методів композиційного диференціювання та інтегрування / *Прикладна геометрія, інженерна графіка та об'єкти інтелектуальної власності*, 1(XII), 22–26.
12. *Павленко О.М., Муртазієв Е.Г., Верещага В.М.* Точкові поліноми як композиційні геометричні моделі. *Прикладні питання математичного моделювання*. Том 5 № 1 (2022). С. 64-71.
13. *Павленко О.М., Муртазієв Е.Г., Лисенко К.Ю., Верещага В.М.* Композиційні матриці – геометрична фігура / *Сучасні проблеми моделювання*. (Фахове видання, категорія Б). Випуск 25. Мелітополь : МДПУ імені Богдана Хмельницького, 2023. С. 176-183.
14. *Лисенко К.Ю., Павленко О.М., Муртазієв Е.Г., Верещага В.М.* Утворення точкових поліномів з використанням компоматриць - геометрична фігура / *25 Міжнародна науково-практична конференція*

“Сучасні проблеми геометричного моделювання”. Мелітополь : МДПУ імені Богдана Хмельницького, 06-09 червня 2023. С. 32-33.

15. *Верещага В.М., Лисенко К.Ю.* (2023) Композиційні символи / *Прикладна геометрія та інженерна графіка: міжвідомчий наук.-техн. зб.* Київ : КНУБА, 2023. Вип. 104. С. 38-48.

16. *Верещага В.М., Муртазієв Е.Г.* (2023) Утворення композиційних похідних для точкових поліномів / *Прикладна геометрія та інженерна графіка: міжвідомчий наук.-техн. зб.* Київ : КНУБА, 2023. Вип. 104. . 49-58.

## References

1. *Vereshchaga V.M., Najdysh A.V., Adoniev Є.O., Lysenko K.Ju.* Osnovy kompozycijnogo geometrychnogo modeljuvannja: navchal'nyj posibnyk. Melitopol: FOP Odnorog T.V., 2019. 255 s. {in Ukrainian}

2. *Vereshchaha V.M.* Kompozytsiine heometrychne modeliuvannia: Monohafiia. Melitopol: FOP Odnoroh T.V., 2017. 108s.

3. *Adoniev Ye.O.* Kompozytsiinyi metod heometrychnoho modeliuvannia bahatofaktornykh system: dys. ... d-ra tekhn. nauk. Kyiv : KNUBA, 2018. 512 s.

4. *Lysenko K.Iu.* Teoretychni osnovy metodiv utvorennia kompozytsiinykh linii i poverkhon: dys...k.t.n. Kyiv : KNUBA, 2022. 267s.

5. *Vereshchaha V.M., Naidysh A.V., Adoniev Ye.O.* Metod kompozytsiinoho heometrychnoho modeliuvannia. Monohrafiia. Melitopol : FOP Odnoroh T.V., 2019. 310s.

6. *Vereshchaha V.M., Pavlenko O.M., Naidysh A.V.* Modeliuvannia horyzontalnoho zemelnoho maidanchyka u tochkovomu chyslenni: monohrafiia. Melitopol : MDPU imeni Bohdana Khmelnytskoho, 2019. 187s.

7. *Pavlenko O.M.* Parametrychni kompozytsiini matrytsi / *Zbirnyk tez dopovidei XVII Mizhnarodnoi naukovopraktychnoi konferentsii «Obukhivski chytannia»* 30 bereznia 2023 r. KNUBA : Kyiv, 2023. S. 91-96.

8. *Murtaziiev E.H.* Alhorytm utvorennia smuhy dyfproieksii ta vyznachennia kompozytsiinykh pokhidnykh u bazysnykh tochkach / *Zbirnyk tez dopovidei XVII Mizhnarodnoi naukovopraktychnoi konferentsii «Obukhivski chytannia»* 30 bereznia 2023. KNUBA : Kyiv, 2023. S. 102-105.

9. *Vereshchaha V.M.* Pro neobkhidnist rozrobky metodiv kompozytsiinoho dyferentsiiuvannia ta kompozytsiinoho intehruvannia / *Zbirnyk tez dopovidei XVII Mizhnarodnoi naukovopraktychnoi konferentsii «Obukhivski chytannia»* 30 bereznia 2023. Kyiv : KNUBA, 2023. S. 108-110.

10. *Pavlenko O.* (2023). Utvorennia poznachennia odnorozmirnykh kompozytsiinykh matryts tochkovykh i operatsii nad nymy / *Prykladna heometriia, inzhenerna hrafika ta obiekty intelektualnoi vlasnosti.* 1(XII). S. 17–21.

11. *Murtaziiev E.* (2023). Obgruntuvannia neobkhidnosti rozrobky metodiv kompozytsiinoho dyferentsiiuvannia ta intehruvannia / *Prykladna heometriia, inzhenerna hrafika ta obiekty intelektualnoi vlasnosti.* 1(XII). S. 22–26.

12. Pavlenko O.M., Murtaziiev E.H., Vereshchaha V.M. Tochkovi polinomy yak kompozytsiini heometrychni modeli / *Prykladni pytannia matematychnoho modeliuвання*. Tom 5, № 1 (2022). S. 64-71.
13. Pavlenko O.M., Murtaziiev E.H., Lysenko K.Iu., Vereshchaha V.M. Kompozytsiini matrytsi – heometrychna fihura / *Suchasni problemy modeliuвання*. (Fakhove vydannia, katehoriia B). Melitopol : MDPU imeni Bohdana Khmelnytskoho, 2023. № 25. S. 176-183.
14. Lysenko K.Iu., Pavlenko O.M., Murtaziiev E.H., Vereshchaha V.M. Utvorennia tochkovykh polinomiv z vykorystanniam kompomatryts - heometrychna fihura / *25 Mizhnarodna naukovo-praktychna konferentsiia "Suchasni problemy heometrychnoho modeliuвання"*, 06-09 chervnia 2023. Melitopol : MDPU imeni Bohdana Khmelnytskoho, 2023. S. 32-33.
15. Vereshchaha V.M., Lysenko K.Iu. (2023) Kompozytsiini symvoly / *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika: mizhvidomchyi nauk.-tekhn. zb.* Kyiv : KNUCA, 2023. (104). S. 38-48.
16. Vereshchaha V.M., Murtaziiev E.H. (2023) Utvorennia kompozytsiinykh pokhidnykh dlia tochkovykh polinomiv / *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika: mizhvidomchyi nauk.-tekhn. zb.* Kyiv : KNUCA, 2023. (104). S. 49-58.

UDC 514.18

PhD, prof. **Viktor Vereshchaha**,  
vervik1949@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0038-8300

PhD **Kseniia Lysenko**,  
lyksyushka24@gmail.com, ORCID: 0000-0003-3047-6352  
Bogdan Khmelnytsky Melitopol State Pedagogical University  
Melitopol School of Applied Geometry named after Volodymyr Naidysh

## **PROBLEM OF OPTIMIZATION OF POINT POLYNOMIALS**

*The idea of solving the problem of reducing the resource consumption of point polynomials in their software implementations is presented in general terms.*

*The formulation of the problem of reducing the resource consumption of point polynomials in their software implementations is briefly described.*

*The vision for solving this problem is outlined, which consists in the need to reduce the number of terms of the point polynomial, which optimizes the number of base points in the calculation of the current point on composite geometric models. The problem arises in the need to determine the number of terms of the point polynomial that can be discarded in the point equation, in order to reduce its degree.*

*Discarding terms allows you to optimize the point polynomial, which will reduce resource consumption for the creation and use of a composite geometric model of a real object with large databases. At the same time, the degree of the*

*polynomial remains unchanged, but the accuracy of the model's operation deteriorates.*

*The idea of reducing the number of terms of point polynomials while keeping their degree unchanged is presented. The solution of this problem will further increase the efficiency of the application of composite geometric models for the original discrete geometric objects with large databases. The increase in efficiency will occur due to the reduction of resource consumption for the creation and use of software implementations of these composite models in the form of optimized point polynomials, due to the reduction of time for processing large data and for making the necessary management decisions. It is possible to apply optimized point polynomials both for making approximate calculations for the real object under study and for final calculations, taking into account the presence of errors that do not distort the conclusions regarding the adoption of alternatives regarding the course of the studied processes.*

*Keywords: optimization point polynomials, characteristic functions, composite geometric modeling.*