

## ВІСІМ ВІДМІННОСТЕЙ МІЖ NURBS-КРИВИМИ І ТОЧКОВИМИ ПОЛІНОМАМИ

Лисенко К.Ю., к.т.н.\*

Верещага В.М., д.т.н.

*Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького (Україна, м. Запоріжжя)*

*Мелітопольська школа прикладної геометрії імені Володимира Найдюши*

***Анотація** – у статті йдеться про те, що за аналітично формалізованими записами NURBS-криві і точкові поліноми є схожими між собою, але сенс у цих записах є різний. Розглядаються відмінності між функціональними базисами. Степінь NURBS-кривих обмежується, а точкових поліномів ні. NURBS-криві інтерполюють крайні точки, а проміжні - апроксимуються. Точкові поліноми інтерполюють усі базисні точки вихідного геометричного об'єкта. NURBS-криві проходять всередині визначального многокутника, точкові поліноми зовні супровідної ламаної лінії. Відрізняються також графіки базисних функцій NURBS-кривих і характеристичних функцій точкових поліномів. Вказується також на різні їх призначення.*

***Ключові слова** – NURBS-криві, точкові поліноми, базисні функції, характеристичні функції.*

**Постановка проблеми.** Розрізнена інформація щодо композиційного геометричного моделювання не надає повного уявлення про можливості точкових поліномів та їхнього призначення. Через це нагальним постало питання повної класифікації усіх переваг і недоліків точкових поліномів як композиційних геометричних моделей. Така класифікація потрібна як для розробників так і для зацікавлених осіб.

**Аналіз останніх досліджень.** Теорія композиційного геометричного моделювання розпочиналися і дістала подальший розвиток у роботах [1, 2, 3, 4, 5]. Однак, у цих роботах не систематизуються переваги та недоліки точкових поліномів. Хоча у роботі [5] і наведено такий перелік, але він не є повним. Із сказаного випливає необхідність систематизації переваг і недоліків точкових поліномів у композиційному геометричному моделюванні.

**Формулювання цілей.** Систематизувати у порівняльній формі з NURBS-кривими переваги і недоліки точкових поліномів у композиційному геометричному моделюванні.

**Основна частина.** Хоча точкові поліноми і NURBS-криві у записах виразів є однаковими, за своєю сутністю вони є геть різними.

1. Функціональний базис В-сплайнів, зрештою, є базисом Бернштейна і для утворення його елементів застосовуються методи лінійної алгебри, що викликає певні обмеження щодо розмірів утворюваних алгебраїчних матриць. До того ж алгебраїчні матриці великих розмірів потребують значних ресурсовитрат у процесі здійснення операцій над ними.

Функціональний параметричний базис точкового поліному, яким є усі його характеристичні функції, не потребує застосування методів лінійної алгебри. Його елементи утворюються шляхом здійснення елементарних алгебраїчних операцій над поточним параметром і значеннями параметрів у базисних точках вихідного дискретно поданого геометричного об'єкту. Через це ресурсовитратність для утворення характеристичних функцій будь-якого степеня є незначною.

2. Вирази базисних функцій NURBS-кривих мають записи, які відрізняються поміж собою. Їхньому утворенню передують здійснення складних алгебраїчних операцій, що потребує значних ресурсовитрат.

Вирази характеристичних функцій точкових поліномів мають однотипні записи, для їхнього утворення не потрібно здійснювати ніяких алгебраїчних операцій. Вони утворюються шляхом записів операції множення, за певними правилами, різниць поточного параметру і параметрів у базисних точках вихідного геометричного об'єкту, що потребує мінімальних ресурсовитрат.

3. NURBS-криві потребують застосувати сегментування вихідного геометричного об'єкту через значну ресурсовитратність і обмеження викликані використанням методів лінійної алгебри, а це потребує додаткових ресурсовитрат під час створення і використання моделі.

Утворення точкових поліномів відбувається без застосування методів лінійної алгебри, тому не потребують сегментування вихідного геометричного об'єкту, створюються за мінімальних ресурсовитрат і не мають обмежень щодо кількості базисних точок, які визначають вихідний геометричний об'єкт.

4. Функціональним базисом NURBS-кривих є базис В-сплайну, який, у кінцевому рахунку, являє собою базис Бернштейна. Як відомо, бернштейнівський базис є математичним об'єктом, який використовується для утворення не тільки В-сплайнів, і багатьох інших кривих. Тобто він є безвідносним щодо вихідного дискретно поданого геометричного об'єкту, існує сам по собі і не враховує його геометричні особливості. Через це інтерполяція з бернштейнівськими функціональними базисами високого степеня виникають неконтрольовані точки перегину, з появою яких на графіку інтерполянта з'являються відхилення від форми вихідного геометричного об'єкту, що мають значні амплітуди.

Функціональним базисом точкового поліному є характеристичні функції, утворення яких здійснюється індивідуально для кожного вихідного дискретно поданого геометричного об'єкту, з урахуванням саме його геометричних особливостей і починається з визначення параметрів для усіх

базисних точок, що подають цей вихідний геометричний об'єкт. При цьому, утворені характеристичні функції є настільки чутливими до форми вихідного геометричного об'єкту, що зміна положення навіть однієї його базисної точки призводить до необхідності обчислювати значення параметрів в усіх базисних точках, а відтак так і усіх характеристичних функцій. Через таке врахування геометричних особливостей географічного об'єкту у характеристичних функціях між точковим поліномом як інтерполянт, що утворений з використанням цих характеристичних функцій і формою вихідного геометричного об'єкту виникає повна злагодженість. Ця злагодженість призводить до того, що навіть з появою неконтрольованих точок перегину на точковому поліномі, на його графіку не з'являються відхилення від форми вихідного геометричного об'єкту, з великими амплітудами, які б спотворювали його форму. Така властивість точкових поліномів дозволяє їх використання з високими степенями, а це, у свою чергу, дозволяє здійснювати композиційну інтерполяцію геометричних об'єктів з великою кількістю базисних точок, не застосовуючи, при цьому, сегментування цих об'єктів.

5. NURBS-крива лінія сегменту проходить через крайні його точки з урахуванням у них похідних. Проміжні точки цього сегменту утворюють визначальний багатокутник, через які крива B-сплайну не проходить. Вершини визначального багатокутника впливають лише на форму кривої цього сегменту. При цьому, NURBS-крива завжди розташована всередині визначального багатокутника. За додаткових умов, можна провести NURBS-криву через усі точки, однак це потребуватиме значних додаткових витрат ресурсів.

Точкові поліноми з самого початку проходять через усі базисні точки, що визначають дискретно подану криву, при цьому, не потребує додаткових ресурсів витрат. Вершини вихідної дискретно поданої кривої утворюють її супровідну ламану лінію шляхом їхнього з'єднання відрізками прямих і точковий поліном завжди проходить зовні цієї супровідної ламаної лінії. Крім того, у точкових поліномів базисні точки і характеристичні функції, за проведення будь-яких операцій, лишаються відокремленими одна від одної. Поєднуються вони між собою лише у добутках, коли мають однакові індекси. Така властивість точкового поліному дає можливість змінювати його форму переміщенням базисних точок, залишаючи, при цьому, незмінним його функціональний базис. Використовуючи спосіб переміщення базисних точок, можна позбавитись неконтрольованих точок перегину на точкових поліномах високих степенів.

6. Графіки базисних функцій B-сплайнів мають лише один екстремум і, при цьому, їх значення є додатними на усьому інтервалі. Графіки характеристичних функцій точкового поліному мають декілька екстремумів, мають вщухаючий коливальний вигляд та їх значення є як додатними так і від'ємними.

7. Основним призначенням NURBS-кривих є аналітична формалізація технічних форм і об'єктів естетичного характеру, тобто з їхньою допомогою створюються моделі для відтворення геометричних форм.

Із застосуванням точкових поліномів створюються композиційні геометричні моделі, що є локаційно-часовими, які призначені для аналітичного опису перебігу процесів у динаміці. Таке є можливим через те, що композиційна геометрична модель будь-якого реального процесу подається у двох системах координат одночасно. У координатному трипросторі створюється геометричне частини, а у  $n$ -просторі параметрів відбувається аналіз показників (характеристик) процесу.

8. Крім того, трипараметричні точкові поліноми аналітично подають рівняння геометричного тіла довільної форми, за допомогою якого неперервно детермінуються точки як на поверхні так і всередині геометричного тіла, що є моделлю перебігу реального процесу.

**Висновки.** Нічого кращого ніж NURBS-криві наразі не існує для застосування у системах автоматизованого проектування і виробництва різного роду технічних форм та об'єктів естетичного характеру. Однак, через застосування методів лінійної алгебри, у реалізації NURBS-кривих, вносить певні обмеження щодо максимальної кількості точок вихідного геометричного об'єкту. А це робить, на наш погляд, неефективним застосування у моделюванні процесів з великими базами даних.

Точкові поліноми, через можливість появи на них неконтрольованих точок перегину, є неефективними у системах проектування і виробництва технічних форм. Однак, у моделюванні локаційно-часових моделей з великими базами даних, їх застосування є доцільним через те, що з математичної точки зору точкові поліноми не мають обмежень щодо максимальної кількості базисних точок вихідної геометричної фігури.

### *Бібліографічний список*

1. Адоньєв Є.О. Композиційний метод геометричного моделювання багатофакторних систем: дис. ... д-ра техн. наук. К.: КНУБА, 2018, 512 с.
2. Верещага В.М. Композиційне геометричне моделювання: Монографія. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2017, 108с.
3. Верещага В.М., Найдис А.В., Адоньєв Є.О., Лисенко К.Ю. Основи композиційного геометричного моделювання: навчальний посібник. Мелітополь: ФОП Однорог Т.В., 2019. 255 с.
4. Лисенко К.Ю. Теоретичні основи методів утворення композиційних ліній і поверхонь: дис...к.т.н. Київ. КНУБА, 2022. 267с.
5. Павленко О.М. Порівняльний аналіз композиційної інтерполяції з традиційними методами. Прикладна геометрія та інженерна графіка. К., 2022. Вип. 103. С. 162-174.