УДК 514.18

# ЩОДО ВИЗНАЧЕННЯ МЕТРИЧНОГО ОПЕРАТОРА ТРЬОХ ТОЧОК

Верещага В.М., д.т.н.,
Найдиш В.М., д.т.н.,
Балюба І.Г., д.т.н.
*Мелітопольська школа прикладної геометрії,*
*Мелітопольський державний педагогічний університет*
*ім. Богдана Хмельницького*

***В роботі показано відповідність між геометричною та алгебраїчною формами подання метричного оператора трьох точок.***

***Ключові слова: метричний оператор, точка, пряма, векторний простір, точкова форма, точкове Балюби-Найдиша числення.***

***Постановка проблеми.*** З метою отримання можливості вимірювань у точковому просторі визначеної розмірності $n$, було введено поняття метричного оператора трьох точок [1], який, будь-якому довільному розташуванню трьох точок, визначає дійсне число. Метричний оператор трьох точок (МОТТ) у точковому просторі відповідає скалярному добутку векторного простору [2], у якому для упорядкованої $n$-послідовності дійсних чисел скаляний добуток визначено:

$$((x_1,x_2,\ldots,x_n),(y_1,y_2,\ldots,y_n)) = x_1y_1 + x_2y_2 + \ldots + x_ny_n$$

у векторному просторі усіх неперервних на [-π; π] функцій скалярний добуток визначається співвідношенням:

$$(f,g) = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)g(t)dt\,.$$

Оскільки у вектрному просторі використовуються абсолютні вимірювання, а у точковому – відносні, то МОТТ потребує деяких пояснень.

***Аналіз останніх досліджень і публікацій.*** Питання точкового БН-числення розробляють у Мелітопольській школі прикладної геометрії. Наукові дослідження Балюби І.Г., Верещаги В.М., Найдиша А.В. та їхніх учнів присвячені розробці різних методів точкового БН-числення. Відносно МОТТ у роботі [1] наведено його визначення у геометричній, точковій та координатній формах.

$$\sum_{BC}^{A}=AH_C\cdot AB=\sum(B-A)(C-A)=\sum_{i=x,y,z}(i_B-i_A)(i_C-i_A).$$

При цьому, у [1] не доведено справедливість тотожності:

$$AH_C\cdot AB=\sum_{i=x,y,z}(i_B-i_A)(i_C-i_A). \tag{1}$$

***Формулювання цілей статті.*** Довести справедливість тотожності (1) для метричного оператора трьох точок *A, B, C.*

***Основна частина.*** Нехай у якійсь системі координат тривимірного простору, визначено три точки *A, B, C* (рис. 1). Точка $H_C$ – основа перпендикуляра, який проведений із точки *C* на пряму *AB*.

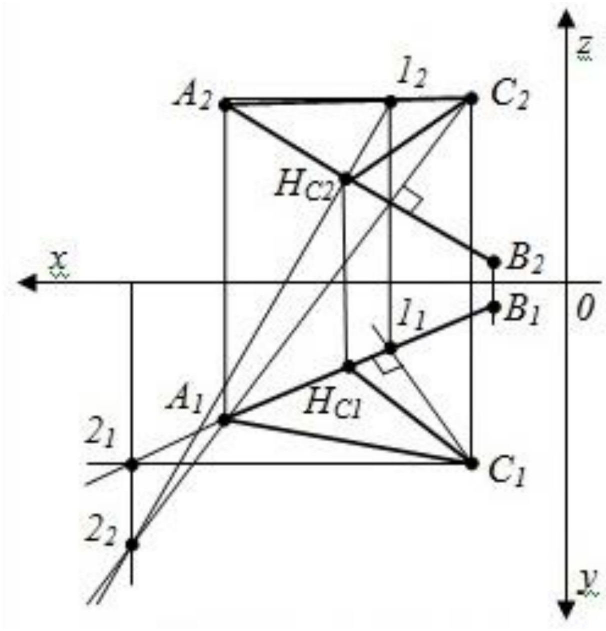


Рис. 1. – Геометрична схема у проекціях МООТ

Геометричне подання метричного оператора трьох точок у просторі матиме вигляд:

$$\sum_{BC}^{A}=AH_C\cdot AB. \tag{2}$$

Розглянемо квадрат довжини відтинку *AB,* цей запис являє собою геометричну форму подання відтинку. Тоді точкова форма для $(AB)^2$ матиме наступний вигляд:

$$(AB)^2=(B\text{-}A)^2.$$

Запишемо $(AB)^2$ у вигляді добутку

$$(AB)^2=(AB)(AB). \tag{3}$$

Оскільки $AB = AH_c + H_cB$, то (3) прийме вигляд:

$$(AB)(AB) = (AB)[(AH_C) + (BH_C)] = AB\cdot AH_C + AB\cdot BH_C. \tag{4}$$

За визначенням МОТТ у геометричній формі

$$AB \cdot AH_C = \sum\nolimits_{BC}^{A}, \text{а } AB \cdot BH_C = \sum\nolimits_{AC}^{B},$$

кінцевий вираз (4) буде наступний:

$$(AB)^2 = \sum\nolimits_{BC}^{A} + \sum\nolimits_{AC}^{B}. \quad (5)$$

Розглянемо той самий квадрат довжини відтинку $(AB)^2$ для точкової форми його подання у МОТТ:

$$\begin{aligned}
&(AB)^2 = (B-A)^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2 = \\
&= x_B^2 - 2x \cdot x_A + x_A^2 + y_B^2 - 2y_B \cdot y_A + y_A^2 + z_B^2 - 2z_B \cdot z_A + z_A^2 = \\
&= x_B x_C - x_B x_C + x_A x_C - x_A x_C - x_B x_A - x_B x_A + x_A^2 + x_B^2 + \\
&+ y_B y_C - y_B y_C + y_A y_C - y_A y_C - y_B y_A - y_B y_A + y_A^2 + y_B^2 + \\
&+ z_B z_C - z_B z_C + z_A z_C - z_A z_C - z_B z_A - z_B z_A + z_A^2 + z_B^2 = \\
&= (x_B - x_A)(x_C - x_A) + (y_B - y_A)(y_C - y_A) + (z_B - z_A)(z_C - z_A) + \\
&+ (x_A - x_B)(x_C - x_B) + (y_A - y_B)(y_C - y_B) + (z_A - z_B)(z_C - z_B) = \\
&= \sum (B-A)(C-A) + \sum (A-B)(C-B) = \\
&\qquad = \sum_{i=x,y,z} (i_B - i_A)(i_C - i_A) + \sum_{i=x,y,z} (i_A - i_B)(i_C - i_B) = \sum\nolimits_{BC}^{A} + \sum\nolimits_{AC}^{B}.
\end{aligned} \quad (6)$$

У (6) не позначаються пояснення для виконання перетворень, вони, на нашу думку, є зрозумілими. Таким чином, кінцевий вигляд (6) буде наступним

$$(B-A)^2 = \sum\nolimits_{BC}^{A} + \sum\nolimits_{AC}^{B}. \quad (7)$$

Як бачимо, праві частини точкових рівнянь (5) і (7) – однакові, тоді можемо записати:

$$AB \cdot AH_C + AB \cdot BH_C = \sum\nolimits_{BC}^{A} + \sum\nolimits_{AC}^{B} = (B-A)(C-A) + (A-B)(C-B),$$

або

$$\sum\nolimits_{BC}^{A} = AB \cdot AH_C = \sum (B-A)(C-A) = \sum_{i=x,y,z} (i_B - i_A)(i_C - i_A), \quad (8)$$

$$\sum\nolimits_{AC}^{B} = AB \cdot BH_C = \sum (A-B)(C-B) = \sum_{i=x,y,z} (i_A - i_B)(i_C - i_B), \quad (9)$$

що повністю співпадає з означенням МОТТ із [1].

***Висновки.*** Доведення тотожностей (8) і (9) є новим надбанням у розвитку теорії точкового БН-числення.

***Література***

1. Балюба И.Г. Точечное исчисление [учебное пособие] / И.Г. Балюба, В.М. Найдыш; под ред. Верещаги В.М. –

Мелитополь: Изд-во МГПУ им. Богдана Хмельницкого, 2015. – 234с.

2. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев – М.: Наука, 1980. – 976с.


## К ОПРЕДЕЛЕНИЮ МЕТРИЧЕСКОГО ОПЕРАТОРА ТРЁХ ТОЧЕК

Верещага В.М., Найдыш В.М., Балюба И.Г.

***В данной статье показано соответствие между геометрической и алгебраической формами представления метрического оператора трех точек.***

***Ключевые слова: метрический оператор, точка, прямая, векторное пространство, точечная форма, точечное Балюбы–Найдыша исчисление.***

## TO DETERMINE METRIC OPERATOR OF THREE POINTS

Vereschaga V., Naydysh V., Balyuba I.

***This article shows the correspondence between the geometric and algebraic representations forms a metric operator of three points.***

***Keywords: metric operator, point, line, vector space, dot shape, Balyuby Naydysha point-calculus***.